MATHÉMATIQUES

Conforme au programme 2026

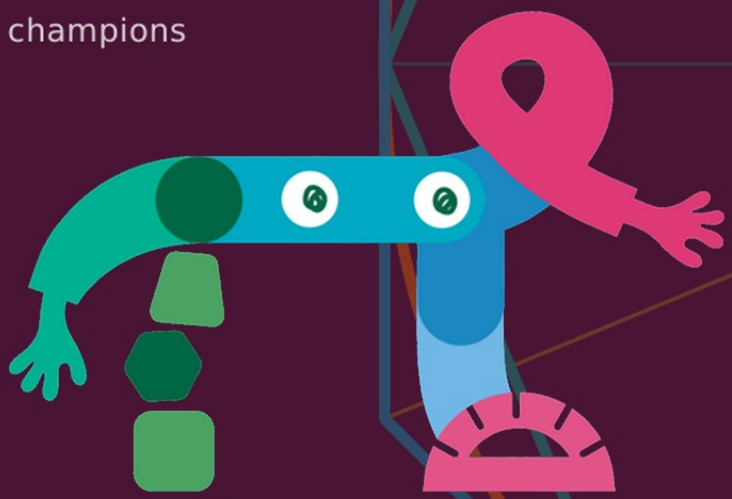
4e

À chacun son parcours

Le manuel de maths qui s'adapte à toi et t'aide à te dépasser.

Philippe Leone

- **Tremplin** Reprendre confiance
- **Socle** Maîtriser l'essentiel
- **Mention** Aller plus loin
- **Pari Sophie Germain** La ligue des champions



la méthode PédagoPi.org

Sommaire

Compte environ deux semaines par chapitre : quinze chapitres, une année.

- Comment utiliser ce livre p. **6**
- Votre livre, votre progression (pour le professeur) p. **17**

Nombres et calculs **Géométrie** **Fonctions et gestion de données**

1	1	Nombres relatifs : multiplier, diviser ; puissances	p. **19**
2	2	Parallélogrammes, translations et droite des milieux	p. **41**
3	3	Fractions 1 : simplifier, multiplier	p. **65**
4	4	Pythagore 1 : racine carrée et théorème	p. **85**
5	5	Calcul littéral : formules, développer, factoriser, démontrer	p. **107**
6	6	Proportionnalité 1 : ratio, quatrième proportionnelle, grandeurs quotients	p. **129**
7	7	Fonctions : programmes de calcul, formules, graphiques	p. **149**
8	8	Pythagore 2 : réciproque, contraposée, cercle	p. **175**
9	9	Équations 1 : résoudre ax + b = c	p. **199**
10	10	Statistiques : moyenne pondérée, médiane, étendue	p. **219**
11	11	Fractions 2 : inverse, diviser	p. **239**
12	12	Pyramides et cônes	p. **259**
13	13	Équations 2 : mettre en équation, ax + b = cx + d	p. **283**
14	14	Proportionnalité 2 : pourcentages et coefficient multiplicateur	p. **305**
15	15	Probabilités	p. **327**

- Les rituels d'automatismes de l'année, semaine par semaine p. **351**
- Le formulaire p. **367**
- Tables et repères p. **369**
- Le lexique p. **372**

Chacun son parcours, Chacun son coup de main, Passe le message à ton copain !

Tremplin	**Reprendre confiance**	Des exercices faits pour réussir, une marche à la fois
Socle	**Maîtriser l'essentiel**	Tous les attendus du programme de 4e, prêt pour la 3e
Mention	**Aller plus loin**	Deux étapes, des justifications, l'exigence en plus
PSG	**La ligue des champions**	Recherche et démonstrations, le pari Sophie Germain

Quatre chemins pour un même programme. Tu choisis ta couleur, tu fais les exercices qui portent ta pastille, et toute la classe travaille la même notion au même moment. Mais à quoi servent-ils, concrètement ? Le voici, en toute franchise.

Tremplin, pour reprendre pied

Pour toi si les maths ont fait mal ces dernières années. L'objectif est concret : retrouver les bases, arriver en 3e avec des points sûrs, et surtout ne plus subir les cours. Le but est d'aller chercher ensuite les exercices du Socle.

Socle, pour maîtriser la 4e et aborder la 3e

Le programme de 4e, ni plus ni moins : tout ce qu'il faut pour aborder la 3e, puis le brevet, sans crainte. C'est le parcours de la majorité des élèves, et il couvre l'intégralité des attendus du programme.

Mention, pour aller plus loin

Les mêmes notions, mais avec la justification, la deuxième étape, le sens inverse, la question piège. C'est la préparation d'une 3e à l'aise, et de la mention au brevet qui viendra.

Pari Sophie Germain, la ligue des champions

Le nom dit tout : réussir ce parcours est un pari. Chercher, conjecturer, tester, prouver, se tromper et recommencer : on y développe la méthode scientifique. Exigeant, parfois frustrant, jamais réussi à tous les coups, et c'est fait exprès. Pour ceux qui s'ennuient, et pour ceux qui ont envie de voir jusqu'où ils peuvent aller.

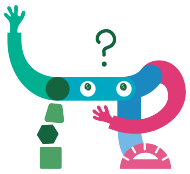
La couleur n'est pas une étiquette : on la choisit, on en change en cours d'année, parfois d'un chapitre à l'autre. Et le contrat est le même pour tous, élèves comme parents : se dire les choses franchement, et travailler dans le calme.

Une seule règle, non négociable : on ne se moque de personne. Ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les PSG : dans une équipe, on ne siffle ni le gardien ni le buteur. Si ton voisin bloque, aide-le : expliquer, c'est réviser deux fois.

> ***« On s'adresse à tous, en restant détendus. »***

Avant-propos

Qui suis-je ?



J'ai été ingénieur avant d'être professeur de mathématiques. Entre les deux, il y a eu un peu de hasard : un remplacement qui s'est présenté, un contrat signé du jour au lendemain, et ensuite beaucoup de travail.

Le remplacement suivant m'a ramené dans le lycée où j'avais été élève. J'ai poussé la porte de la salle des professeurs, où je n'étais jamais entré, et j'y ai retrouvé un de mes professeurs préférés. J'y suis resté deux ans et demi, puis j'ai passé et obtenu, en parallèle, deux concours : le CAPES de mathématiques et le CAPLP mathématiques-physique.

Depuis, j'ai enseigné les mathématiques à presque tous les niveaux qui existent : 6e, 5e, 4e, 3e, 2nde générale et professionnelle, 1re générale, technologique et professionnelle, terminale générale et technologique. Dans le public, dans le privé sous contrat, et hors contrat, au collège comme au lycée. J'ai aussi enseigné en Suisse romande, en 9e et 10e années, l'équivalent de nos 5e et 4e, d'où ce livre tient une partie de ses idées. Et je suis allé voir plus tôt encore, par des échanges avec des classes de primaire.

Pourquoi cette méthode

La méthode PédagoPi est le bilan d'années de pratique, du lycée au primaire. Au fil de ces années, plusieurs façons d'enseigner ont été mises en avant, certaines davantage que d'autres : la démarche d'investigation, la méthode de Singapour, l'enseignement explicite. Chacune a sa valeur et a fait ses preuves. Mais aucune ne convient à tous les élèves, ni à tous les moments de la classe, ni à toutes les étapes de l'apprentissage d'une notion.

C'est ce que la recherche confirme. Un élève qui découvre une notion a besoin qu'on lui montre, qu'on lui explique et qu'on le fasse répéter. Un élève qui la maîtrise a besoin du contraire : des problèmes ouverts, de la recherche, de quoi aller plus loin. Le bon outil dépend de l'élève et du moment.

La méthode PédagoPi rassemble donc ces façons d'enseigner et met chacune à profit au meilleur moment pour l'élève, et selon là où il en est. Un court Labo de maths, avec un vrai geste, pour donner du sens à la notion. L'enseignement explicite pour tous, pour la poser solidement. Puis des parcours qui lâchent la main à mesure que l'élève sait faire, jusqu'aux problèmes ouverts du parcours Pari Sophie Germain. Les rituels d'automatismes font revenir ce qui a été vu, parce que la mémoire se construit en répétant. Et le dispositif reste le même d'un chapitre à l'autre, pour que chacun prenne ses repères et devienne autonome : c'est ce qui permet au professeur de s'occuper de ceux qui en ont besoin.

Un manuel tissé

Ce manuel est tissé : les chapitres se relient entre eux, et les outils déjà rencontrés reviennent servir ailleurs. Le tissage s'appuie sur les acquis de l'année précédente, qui ne sont pas toujours aussi acquis qu'on le voudrait : c'est justement l'occasion de retravailler les anciennes notions, en mélangeant les types d'exercices et d'activités. C'est cette répétition, variée et espacée, qui donne du sens aux mathématiques et facilite l'assimilation, puis l'automatisation. Et la liberté pédagogique de mes collègues enseignants est respectée : le livre se pioche dans l'ordre qu'ils choisissent, chaque chapitre tient debout tout seul, et leurs automatismes les suivent : le livret de rituels d'automatismes, reconstruit dans leur progression, est gratuit au format numérique sur pedagopi.org.

D'où vient ce livre ?

Disons-le d'abord, et assumons-le ensemble : la baisse du niveau en mathématiques est collective, et ses causes sont multiples. Personne n'en porte seul la responsabilité, et personne ne la réglera seul. En dehors de toute considération politique, trois évidences se dégagent : le primaire est primordial ; l'accompagnement des parents est primordial ; et nous, professeurs, devons nous adapter à chaque élève, pour les faire tous grandir et progresser. Dès 2018, le rapport que Cédric Villani, notre médaille Fields, a co-signé avec Charles Torossian sur l'enseignement des mathématiques proposait une analyse lucide de cette situation ; elle n'a malheureusement pas beaucoup bougé depuis.

Ce rapport a été un des piliers de ce livre : des automatismes courts et réguliers, des exercices types corrigés pas à pas, des révisions espacées, et des parcours pour que chacun travaille à son rythme dans une même classe. Ces idées, dont certaines relèvent du simple bon sens, on a souvent eu envie de les appliquer ; mais les manuels n'ont pas suivi le mouvement. C'est pour cela que j'ai écrit celui-là, avec une double ambition : être à la portée des élèves qui ont décroché et qui ont envie d'essayer encore une fois, un livre où l'on peut reprendre confiance, une marche à la fois ; et redonner de l'espace aux très bons élèves, que l'école a un peu laissés de côté ces dernières années, un livre où l'on vient chercher, prouver, et se dépasser.

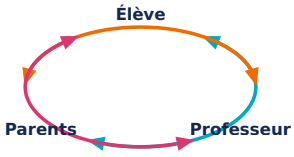
Et puis il y a septembre 2026. L'enquête PISA vient de mesurer les élèves français de 15 ans au plus bas depuis 2001 en mathématiques : plus d'un tiers arrivent en 3e sans le socle. Mais la même enquête dit autre chose, et c'est la ligne de ce livre : en France, 81 % des élèves expriment une mentalité de croissance au sens de PISA, ils considèrent que leurs capacités peuvent évoluer grâce notamment au travail et aux efforts. Ce qui manque n'est pas l'envie, c'est le chemin. Du concret avant l'abstrait, des modèles à imiter, des révisions espacées, un même programme pour tous par des chemins différents : c'est le cahier des charges de ce livre.

Pour qui est-il écrit ?

Il est écrit pour trois lecteurs à la fois. Pour toi, élève, d'abord. Pour tes parents, ensuite : je crois beaucoup à la relation entre les familles et les professeurs, elle facilite les progrès des élèves, et ce livre donne aux parents de quoi suivre sans avoir à refaire le cours. Et pour mes collègues, à qui il fait gagner du temps : le livre facilite l'autonomisation des élèves, et c'est elle qui rend possible la différenciation sans avoir quatre feuilles à préparer ; avec, en plus, des rituels d'automatismes calés sur leur propre progression. On y trouve un cours court, une page par chapitre : ce qu'il faut retenir, avec ses exemples et ses pièges. Chacun fait son cours comme il l'entend, et c'est de toute façon ce qui se passe dans tous les établissements où je suis passé.

La même enquête montre aussi des familles qui s'éloignent doucement de l'école : moins de parents qui demandent, le soir, ce qui s'est passé en classe. Alors disons-le sans détour, et sans culpabiliser personne : dans la réussite d'un élève, un parent compte au moins autant qu'un professeur, parfois plus. Encore faut-il lui donner des outils simples : c'est ce que font les pages qui leur sont dédiées, et l'encart « Pour l'adulte qui accompagne » de chaque chapitre. Pas besoin d'être fort en maths pour tenir son poste.

Parents, élèves, professeur : une seule équipe, solidaire, qui va chercher la réussite ensemble.



Le professeur accompagne chaque élève vers de plus en plus d'autonomie, et la confiance s'installe. Avec les parents, il renoue une relation de confiance, plus solidaire : il explique sa démarche pédagogique, et les informations circulent dans les deux sens. Et les parents reçoivent les clés, et quelques astuces, pour accompagner les apprentissages de leur enfant. Ce cercle est l'idée générale de toute la démarche PédagoPi : ce livre, et ceux qui suivront.

Les rituels d'automatismes

Voici comment j'utilise le livre dans mes classes : chaque séance commence par un rituel d'automatismes, 7 minutes, sans calculatrice, et sans correction au tableau, sinon la séance devient trop longue : les élèves se corrigent seuls, réponses tête en bas sous chaque rituel. Un rituel sert à accélérer l'exécution des calculs, pas à apprendre de nouvelles notions : on y révise ce qu'on a déjà vu, on y prépare le terrain des chapitres qui viennent, et les notions s'ancrent, par petites touches répétées, jusqu'à devenir des réflexes. Ce modèle n'a rien d'une révolution : Singapour le pratique depuis des années, et le canton de Fribourg fait travailler ses collégiens sur des exercices rituels depuis 2005, conçus par les enseignants eux-mêmes, non sans quelques résistances de collègues helvètes. Je les ai pratiqués en Suisse romande, et ils ont servi de référence aux rituels de ce livre.

Je l'ai écrit pour mes classes d'abord. Il est à vous maintenant.

Philippe Leone

professeur de mathématiques

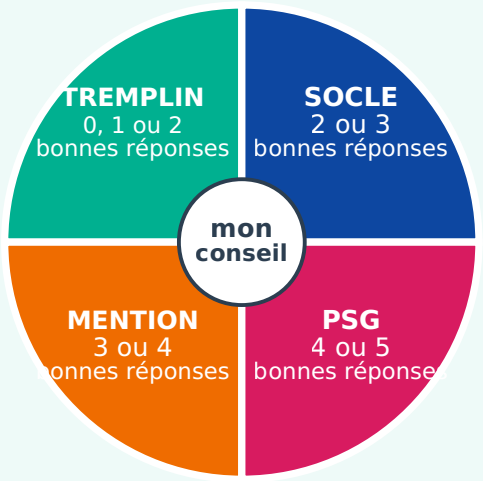
Pour toi, élève

1 **Choisis ta couleur : fais ce test, là, maintenant.**

Sans calculatrice, sans aide. Coche ce que tu réussis, puis compte tes bonnes réponses.

- ☐ a) Calcule 7×8.
- ☐ b) Simplifie $\frac{12}{18}$.
- ☐ c) Calcule $\frac{1}{4} + \frac{1}{2}$.
- ☐ d) Développe $3(x + 2)$.
- ☐ e) Un article à 40 € augmente de 10 %. Nouveau prix ?

Puis lis la boussole : elle te **conseille** une couleur, et souvent deux, exprès, pour te laisser le choix.



Réponses : a) 56 · b) 2/3 · c) 3/4 · d) 3x + 6 · e) 44 €.

Chaque chapitre a le sien, en tête des exercices : « Parcours pour toi ». La couleur conseillée n'est pas une étiquette : **c'est toi qui choisis**, pour te challenger certains chapitres, ou pour être plus à l'aise sur d'autres. Un seul piège à éviter : ni trop dur, ni trop facile pour toi. Et une couleur se choisit **par chapitre**, parfois même par séance, jamais pour l'année. Si tu es sur Tremplin, viens goûter au moins un exercice Socle avant la fin du chapitre : c'est souvent là qu'on se surprend.

! **Le code du vestiaire (plus important que le règlement intérieur).**

Ta couleur du moment n'est ni un rang ni une note, c'est ton entraînement du jour. Alors **on ne se moque de personne, jamais** : ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les Paris Sophie Germain. Reprendre confiance n'est pas un défaut, être très fort non plus. Et dans trois chapitres, les couleurs auront peut-être changé de mains. Si ton voisin bloque, aide-le, expliquer c'est réviser deux fois. Les couleurs changent, les copains restent.

2 Suis tes pastilles, dans l'ordre.

Et le contrat est clair : hormis Tremplin, les cinq premiers exercices de chaque thème te donnent l'essentiel du chapitre. Les suivants servent à répéter, consolider, approfondir : c'est la répétition qui fait la mémoire, alors ne t'arrête pas en chemin.

La numérotation en images



Quatre pastilles : **tout le monde** fait cet exercice. En classe, on peut le corriger tous ensemble : « on corrige le 12 » veut dire la même chose pour chacun.



Une seule pastille framboise : **seuls les PSG** font cet exercice. Le petit 6 dans la pastille est leur compteur : c'est leur 6e exercice du chapitre.



Deux pastilles : exercice pour les **Tremplin** et les **Socle** seulement. Les Mention et les PSG passent directement au suivant qui porte leur couleur.

Le petit chiffre blanc dans chaque pastille de couleur est le compteur de CE parcours : si ta pastille porte un 8, c'est ton 8e exercice du chapitre. Tu peux donc vérifier d'un coup d'œil que tu n'en as sauté aucun.

3 Trop dur ? Trop facile ? Ça se règle.

trop dur ou trop facile → adapte ta couleur

Changer de couleur n'est ni une punition ni une récompense : c'est un réglage, comme la selle d'un vélo. Tu peux l'ajuster en plein chapitre, et repartir d'une autre couleur au chapitre suivant. Cherche d'abord, vérifie ensuite : tous les corrigés sont en fin de chapitre.

⊙ Le Labo de maths : dix minutes avec les mains.

Chaque chapitre commence par une petite expérience : découper, plier, lancer, peser. Lis le problème, cherche dix minutes sans regarder la suite ; si tu bloques, le coup de pouce est là ; si tu as fini, va plus loin. Tu peux le faire en classe, ou à la maison, avec quelqu'un si tu veux : il n'a pas besoin de connaître la réponse, tout est dans le livre. À la fin, « Ce que tu viens de faire » relie l'expérience à la notion du chapitre.

+ Les rituels : la vraie clé pour progresser.

Progresser en maths, c'est travailler régulièrement et revoir les notions : c'est exactement le rôle des rituels, 7 minutes en début de cours, menés par ton professeur. Dans les rituels, pas de couleurs : tu essaies tout, quelle que soit ta couleur du moment. La première question est très simple, la dernière fait chercher tout le monde, et personne n'est censé finir. Et retiens bien ceci : **on ne corrige pas les rituels en classe**. C'est toi qui te corriges, juste après ou à la maison, avec les corrigés regroupés à la fin de la section rituels. Si par hasard ton prof ne les fait pas, fais-les toi-même : 7 minutes chez toi, 3 fois par semaine !

Un chapitre, c'est ce chemin :



Pour toi, élève : le mode solo

Travailler seul n'est pas un plan B : ce livre est construit pour ça. Sans professeur sous la main (à la maison, un soir de contrôle, pendant les vacances), tu as déjà tout : le cours en une page, les modèles, tes pastilles, les aides et tous les corrigés. Cette page t'accompagne : à chaque situation sa marche à suivre.

Ta situation	Ton geste
Je découvre la notion	Je commence par lire le cours en une page, tableau par tableau, et je réponds au quiz STOP du bas de page.
Je choisis ma couleur	Je fais les 5 questions « Parcours pour toi », en tête des exercices du chapitre. La boussole me conseille une couleur, et c'est moi qui choisis.
Je m'entraîne	Je fais au minimum les 5 premiers exercices à ma pastille de chaque thème, dans l'ordre : ils couvrent l'essentiel.
Je bloque : pourquoi ?	Coup de pouce d'abord, aide tête en bas ensuite, corrigé en dernier. Et je cherche la cause : **Notion inconnue** → le cours en une page. **Je ne sais pas démarrer** → un modèle « Regarde d'abord ». **Erreur de calcul** → je m'entraîne à ma couleur. **Je ne sais pas rédiger** → « Bien rédiger ». **Je ne comprends pas pourquoi ça marche** → je demande de l'aide, ça fait partie de grimper. Bloqué ? Appelle ton professeur. Pas disponible ? Change de couleur en attendant.
Je me suis trompé	Je lis le corrigé pour comprendre d'où vient l'erreur, puis je refais l'exercice sans regarder.
C'est trop difficile	Je change de couleur : c'est un réglage, pas une punition.
C'est devenu facile	Je tente la passerelle, et je monte.

La séance maison : 20 minutes chrono

Une séance courte vaut mieux qu'une longue soirée : elle a un début et une fin visibles, et tu peux la caser n'importe quand. La recette, chrono en main :

5 **minutes** : relis le cours en une page du chapitre en cours, et une définition à voix haute.

5 **minutes** : lis un modèle, « Regarde d'abord » ou « Bien rédiger », comme on regarde un ralenti.

7 **minutes** : avance tout seul, là où tu t'es arrêté : 1 à 3 exercices à ta couleur, dans l'ordre.

3 **minutes** : corrige-toi, note d'où venait l'erreur, et refais le plus dur sans regarder.

Trois séances comme ça par semaine, en plus des rituels, et le chapitre est à toi.

> **Pour l'adulte qui accompagne** — la règle des 5 exercices est aussi votre repère, aucune maths à faire : demandez « montre-moi tes 5 premiers exercices du thème ». S'ils sont faits et corrigés, l'essentiel du chapitre est là ; la mascotte aux pouces levés le confirme dans la page. La suite sert à répéter et consolider : c'est la répétition qui fait la mémoire.

Pour vous, parents

Une conviction d'abord, que les grandes enquêtes internationales confirment : dans la réussite d'un élève, vous comptez au moins autant que le professeur, parfois plus. Pas en refaisant le cours : en étant là. Parents, élève, professeur, c'est une seule équipe, solidaire, et ce livre est son terrain d'entraînement. Tout y est déjà : votre enfant peut avancer seul, et vous l'accompagnez comme vous l'entendez : chaque famille a sa manière de faire, et elles se valent. Ces pages racontent comment le livre fonctionne et proposent des idées simples, à piocher, à adapter, ou à laisser de côté.

Un livre différent

En 2018, Cédric Villani (médaille Fields, la plus haute distinction en mathématiques) a co-signé un rapport sur la façon d'enseigner les maths. Ce livre en applique les grandes idées : des histoires pour le plaisir, des automatismes courts et réguliers, des exercices types corrigés pas à pas, des révisions espacées, et des parcours pour que chacun travaille à son rythme dans une même classe. Qui de mieux pour nous guider ? Et quand l'enquête PISA 2025 a dressé la liste de ce qui fonctionne dans les pays qui réussissent, c'était déjà le cahier des charges de ce livre.

Un signal important, et des questions pour le soir

Est-ce qu'il est content d'aller en maths ? Un enfant en difficulté qui montre de l'envie est sur la bonne pente : les résultats suivront. Et pour ouvrir la conversation le soir, plusieurs questions font le travail : « qu'est-ce que tu as fait en maths aujourd'hui ? », « qu'est-ce que tu as aimé ? » (ou, selon les jours, « le moins détesté »…), « pourquoi vous avez fait ça ? ». Raconter, c'est déjà réviser, et pas besoin de connaître la réponse pour poser la question.

C'est l'ascension qui compte

Votre enfant est frustré de ne pas réussir le parcours PSG ? C'est normal, et ce n'est pas grave : il est très difficile, même pour les meilleurs d'entre nous (même pour les auteurs du livre, sur certains exercices). Il est fait pour faire chercher, pas pour être réussi à tous les coups. Ce qui fait progresser, c'est de grimper, pas d'arriver en haut.

Suivre sans refaire des études

Trois repères existent dans le livre, si vous souhaitez y jeter un œil : le cours en une page, en début de chapitre, les exercices types « Bien rédiger » avec leur rédaction détaillée pas à pas, et l'évaluation de fin de chapitre : 9 questions mémoire + 2 problèmes (un accessible, un pour chercher), corrigés inclus. Et à côté de l'évaluation de chaque chapitre, un encart « Pour l'adulte qui accompagne » vous souffle trois questions à poser, sans avoir à faire de maths vous-même.

Deux types d'évaluation pour accompagner votre enfant

Pour les familles qui aiment se tester : les rituels (en fin de livre) font d'excellentes interros de poche de 7 minutes : la première question est toujours très abordable, tout le monde marque des points. Et en fin de chapitre, l'évaluation complète (1 h, sur 20, corrigée) permet de se mettre en conditions réelles avant le contrôle en classe.

Pourquoi les corrigés sont si détaillés

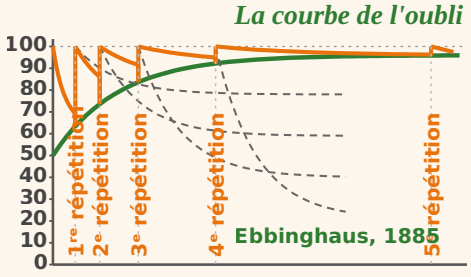
Parce que le moment le plus utile, c'est souvent celui où un élève retrouve d'où vient son erreur : la notion tient alors bien mieux qu'après un exercice réussi par hasard. Les corrigés du livre sont écrits pour ça : comprendre d'où ça vient, pas seulement vérifier le résultat. Et regarder un corrigé après avoir cherché, c'est un vrai moment de travail, pas de la triche.

Un chapitre, raconté pour vous

1. **L'histoire** — chaque chapitre s'ouvre par une vraie histoire des maths ; lisez-la de votre côté et reparlez-en ensemble : il s'exerce à l'oral (celui du brevet, puis du bac), il révise sans s'en rendre compte, et vous y apprendrez peut-être des choses vous aussi
2. **Le Labo de maths** — une petite expérience à faire avec les mains (découper, plier, lancer, peser), la même pour tous, qui pose la question du chapitre. Elle peut se faire en classe, ou à la maison en devoir non obligatoire, et c'est là que vous avez une place toute trouvée : pas pour la résoudre, mais pour faire la manipulation avec lui et regarder ce que ça donne. Aucun savoir-faire en maths n'est nécessaire, tout ce qu'il faut pour accompagner est écrit dans le livre, il n'y a presque pas de matériel, et un coup de pouce est prévu si vous bloquez à deux. Le but : donner envie, passer un bon moment, et que l'élève arrive en cours avec une question en tête
3. **Le choix du parcours** — un test de 5 questions lui conseille une couleur de départ ; il reste libre d'en choisir une autre, et elle peut changer au chapitre suivant
4. **Les exercices à sa couleur** — il fait les exercices qui portent sa pastille, dans l'ordre, avec des renvois vers le cours et les modèles rédigés ; et un repère pour vous rassurer : hormis Tremplin, les cinq premiers exercices de chaque thème donnent déjà l'essentiel du chapitre, et la suite sert à répéter, consolider, approfondir, car c'est la répétition qui fait la mémoire
5. **L'évaluation** — en fin de chapitre, une heure sur 20 : neuf automatismes puis deux problèmes, entièrement corrigée

Les rituels : 7 minutes qui font tout le programme

Notre cerveau oublie vite : quelques jours après un cours, il n'en reste pas grand-chose, et c'est mesuré depuis plus d'un siècle (la « courbe de l'oubli »). La parade : **revoir peu, mais souvent, au bon moment**. C'est ce que font les rituels de ce livre : 7 minutes au début de chaque cours, trois rituels par semaine, où reviennent les chapitres terminés, les acquis des années passées et les classiques du brevet, jamais le chapitre en cours. En fin d'année, tout le programme a été revu des dizaines de fois, sans bachotage.



Sans révision, on oublie. Avec des rappels courts aux bons moments, on re-

La première question est toujours à la portée de tous, pour démarrer par une réussite. Les rituels sont menés par le professeur

en début de cours ; sinon, ils se font très bien en autonomie, 7 minutes, trois fois par semaine, chrono en main (ils sont regroupés en fin de livre, les réponses tête en bas sous chacun). C'est le meilleur rapport temps passé sur progrès de tout le livre.

tient presque tout : c'est le principe des rituels.

Un rituel, concrètement (le tout premier de l'année)

1. Calcule : 3×5
2. Dans une symétrie centrale de centre O, le symétrique de A est A'. Où est O par rapport à A et A' ?
3. Sur un plan, 1 cm représente 50 m. Que représentent 6 cm ?
4. Convertis 0,5 m² en cm².
5. Dans un repère, $A(2\ ;\ -5)$. Quelles sont les coordonnées du symétrique de A par rapport à l'origine ?
6. Un triangle rectangle a un angle aigu deux fois plus grand que l'autre. Combien mesurent ses angles ?

Comment le lire ? Ici pas de parcours : **tout le monde essaie tout**. La première question est à la portée de tous, la dernière fait chercher même les plus rapides, et entre les deux chacun prend les questions dans l'ordre qu'il veut en 7 minutes. **Personne n'est censé finir, et ce n'est pas le but** : ce qui compte, c'est réussir ses premières questions chaque jour (c'est comme ça que la confiance revient) et se frotter aux suivantes, même à celles qui paraissent trop dures.

Pour vous, collègue professeur

Ce livre est un outil, pas une méthode imposée : vous connaissez vos classes, il s'adapte à votre pratique, et sûrement pas l'inverse. La méthode PédagoPi elle-même est racontée dans l'avant-propos, p. **7** ; voici ce que le livre contient, et comment je l'utilise dans mes classes. Et page suivante : comment obtenir vos rituels d'automatismes dans votre progression.

Quatre parcours, une seule liste

Une seule liste d'exercices par chapitre, quatre parcours dedans : chaque exercice porte un numéro unique et des pastilles de couleur. Toute la classe travaille la même notion au même moment, chacun à son rythme, et « on corrige le 12 » veut dire la même chose pour tous. En début de chapitre, un test de cinq questions conseille à chacun une couleur de départ : l'élève reste libre d'en choisir une autre. La couleur varie ensuite, au moins une fois par chapitre et souvent davantage : on peut en changer en cours de chapitre, selon le jour, la forme, la notion. Le but n'est pas de figer un parcours, mais de laisser l'élève choisir son parcours du jour, de la semaine, du chapitre, et un élève Tremplin vient goûter au moins un exercice Socle avant la fin de chaque chapitre.

Tremplin reprendre confiance · **Socle** maîtriser l'essentiel · **Mention** aller plus loin · **PSG** la ligue des champions

Une séance, telle que je la vis

Rituel projeté, 7 minutes, chrono. Je ne le corrige pas : le but ici n'est pas la correction, c'est d'automatiser les pratiques. Les élèves s'autocorrigent ensuite, seuls, avec les réponses imprimées tête en bas sous le rituel, et celui qui n'y arrive pas regarde la correction : elle est là pour ça. Puis les exercices : chacun suit ses pastilles ; les exercices portés par 3 ou 4 couleurs, j'en corrige parfois certains tous ensemble ; les séries de calculs tournent en autonomie grâce aux corrigés. Ce qui me libère pour le groupe qui a besoin de moi ce jour-là. Mon repère de pilotage, enfin : hormis Tremplin, les cinq premiers exercices de chaque pastille, thème par thème, donnent toutes les notions à voir ; les exercices qui suivent, c'est de la répétition et de l'approfondissement, et c'est cette répétition qui fait la mémoire.

Ateliers numériques et calculatrice

Une page par chapitre, volontairement classique : GeoGebra quand la notion s'y prête, tableur sinon, commandes exactes fournies ; le coin calculatrice est calé sur la NumWorks. À prendre ou à laisser selon votre équipement.

D'où viennent ces choix ?

Pages d'histoire, automatismes quotidiens, pédagogie explicite avec exercices types corrigés, répétition espacée, progression spiralée, différenciation dans une liste commune : ces choix s'inspirent du rapport Torossian-Villani de 2018 (qui de mieux qu'une médaille Fields pour nous guider ?). Le pari : faire tenir ces orientations ensemble dans un objet directement utilisable en classe.

Votre livre, votre progression : mode d'emploi

Ce livre suit sa propre progression, équilibrée et spiralée. Vous préférez un autre ordre ? Piochez : chaque chapitre tient debout tout seul. Et vos automatismes suivent : **le livret de rituels d'automatismes existe dans votre ordre, gratuitement, au format numérique**, pour que vos 7 minutes de début de cours tournent l'esprit tranquille toute l'année. Trois étapes, sur pedagopi.org, rubrique Espace profs :

1. **Choisissez votre niveau.** L'Espace profs de pedagopi.org commence là. Pour l'instant, la 3e et la 4e ; les autres niveaux arriveront un par un, sur le même principe.

2. **Mettez les quinze chapitres dans votre ordre,** en les faisant glisser ou avec les flèches. Aucun ordre n'est interdit : si un chapitre arrive avant un outil dont il se sert, le site vous le signale, et vous décidez. L'onglet « Composer mes chapitres » va plus loin encore, voir ci-dessous.

3. **Envoyez votre progression.** Vous recevrez gratuitement, au format numérique, votre livret de rituels d'automatismes reconstruit dans votre ordre : 30 semaines de début de cours, au format de l'épreuve du brevet mais pas seulement, qui rappellent ce que vos élèves ont réellement vu et réactivent les acquis dont le prochain chapitre aura besoin. Pas envie de la saisir sur le site ? Envoyez-la au format de votre choix, même une photo : on s'occupe du reste. Tout le reste du livre s'utilise tel quel.

Vous voulez seulement les automatismes ?

C'est exactement ça : le livret est autonome, réponses comprises, à projeter ou à imprimer vous-même, sans rien acheter.

Le nombre de chapitres ne vous convient pas ?

L'onglet « Composer mes chapitres » permet de composer les vôtres : douze ou vingt chapitres, nommés par vous, avec les 46 thèmes d'exercices (les sous-chapitres) déposés comme vous l'entendez, et le livret de rituels se cale dessus, toujours gratuitement. Pour une commande importante, à partir de 100 exemplaires, une édition complète du livre dans votre progression reste possible, sur devis.

Mes notes

CHAPITRE 1

Nombres relatifs : multiplier, diviser ; puissances

Environ deux semaines — Pourquoi « moins par moins » donne plus, comment diviser avec des nombres négatifs, et comment une petite puissance fabrique des nombres géants.

Pour commencer, une histoire

— **BRAHMAGUPTA** · l'astronome qui a donné des règles aux dettes

Un astronome de trente ans. Nord-ouest de l'Inde, an 628. Dans la ville de Bhillamala (aujourd'hui Bhinmal, au Rajasthan), Brahmagupta termine un grand livre d'astronomie, le « Brahmasphutasiddhanta ». Il a trente ans. Pour prévoir les éclipses et la position des planètes, il lui faut des calculs solides. Alors il glisse dans son livre des chapitres entiers de mathématiques.

Un livre en vers. Tout est écrit en vers, un millier environ, en sanskrit, la langue savante de l'Inde. À l'époque, on apprend les sciences par cœur, et un poème se retient mieux qu'une liste. Chaque règle de calcul tient donc en quelques mots, courts et rythmés.

Des fortunes et des dettes. Sa grande idée : compter ce qu'on doit comme on compte ce qu'on possède. Un nombre positif, il l'appelle une « fortune ». Un nombre négatif, une « dette ». Avec ces mots, $5 - 8$ devient un calcul comme un autre : une fortune de 5 et une dette de 8 font une dette de 3. Et il traite le zéro comme un vrai nombre : celui qu'on obtient en retranchant un nombre de lui-même. Avant lui, en Chine, on calculait déjà avec des baguettes rouges pour les nombres positifs et noires pour les négatifs. Mais son livre est l'un des tout premiers à donner aussi des règles pour les multiplier et les diviser.

À quoi ça sert, aujourd'hui et demain ?

Aujourd'hui, les dettes et les fortunes de Brahmagupta sont partout autour de toi : le solde d'un compte en banque, les −18 °C d'un congélateur, le niveau −2 d'un parking, les points perdus dans un jeu. Et chaque fois qu'un programme calcule un score ou un déplacement, il applique la règle des signes.

Le produit de deux dettes est une fortune : dite avec ces mots, la règle des signes a près de 1 400 ans.

Les règles du jeu. Que disent ces vers ? Qu'une dette retranchée de zéro devient une fortune. Et, plus loin, que le produit ou le quotient de deux dettes est une fortune, alors que le produit ou le quotient d'une dette et d'une fortune est une dette. Relis ces phrases à la fin du chapitre : ce sont les règles des signes que tu vas apprendre.

Même lui se trompe. Reste une question piège : que vaut zéro divisé par zéro ? Brahmagupta répond : zéro. C'est faux, et on sait aujourd'hui que ce calcul n'a pas de résultat. Mais il a osé poser la question. C'est ainsi que les mathématiques avancent : quelqu'un propose, d'autres corrigent.

Neuf siècles de méfiance. Un siècle et demi plus tard, selon la tradition, son livre arrive à Bagdad, où le calife le fait traduire en arabe. Les méthodes de calcul venues de l'Inde passent ensuite en Europe. Les nombres négatifs, eux, y sont mal reçus : comment une quantité pourrait-elle être plus petite que rien ? En 1544, le mathématicien allemand Michael Stifel les appelle encore « nombres absurdes ».

Et dans ce chapitre. Toi, tu utilises les nombres négatifs depuis la 5e : tu sais les repérer, les comparer, les additionner et les soustraire. Il te manque deux opérations, multiplier et diviser. Tu vas retrouver les règles de Brahmagupta avec des bouts de papier, puis découvrir les puissances, une écriture courte pour les multiplications qui se répètent.

Le cours en une page — tout le chapitre tient ici

RELATIFS ET PUISSANCES

multiplier, diviser, enchaîner, puis écrire court avec les puissances

① COMMENT MULTIPLIER DES NOMBRES RELATIFS ?

En deux temps : d'abord le signe, ensuite le calcul sans les signes.

Les quatre cas :
$4 \times 5 = 20$
$4 \times (-5) = -20$
$(-4) \times 5 = -20$
$(-4) \times (-5) = 20$

Même signe : produit positif. **Signes contraires :** produit négatif.

Plusieurs facteurs (= les nombres qu'on multiplie) : on compte les facteurs négatifs. Nombre pair : produit positif. Nombre impair : produit négatif.
$(-2) \times (-3) \times (-5) = -30$: trois facteurs négatifs.

Le petit plus à connaître
Pourquoi « moins par moins » donne plus ? Avec la distributivité :
$\mathbf{(-3) \times 2} + \mathbf{(-3) \times (-2)} = (-3) \times (2 + (-2)) = (-3) \times 0 = 0$
Les deux produits s'annulent : ils sont opposés. Or $\mathbf{(-3) \times 2 = -6}$. Donc $\mathbf{(-3) \times (-2) = 6}$.

⚠ $(-2) \times (-4) = 8$, mais $(-2) + (-4) = -6$. La règle des signes ne sert que pour multiplier et diviser.

② COMMENT DIVISER ? ET PAR QUOI COMMENCER ?

Diviser : même règle des signes que pour multiplier.
$(-20) \div 5 = -4$
$20 \div (-5) = -4$
$(-20) \div (-5) = 4$

Je vérifie par une multiplication : $(-4) \times 5 = -20$ ✓

Et zéro ? $0 \div (-5) = 0$. Mais on ne divise jamais par 0.

Enchaîner : les priorités ne changent pas. Les parenthèses, puis × et ÷, puis + et −.
$7 - 3 \times (-4) = 7 - (-12) = 7 + 12 = 19$

Les mots : le **produit** de -3 par 5 est $(-3) \times 5$. Le **quotient** (= le résultat d'une division) de -20 par 4 est $(-20) \div 4$. Une somme : le résultat d'une addition. Une différence : celui d'une soustraction.

⚠ Soustraire -12, c'est ajouter 12 : $7 - (-12) = 7 + 12$. Ne perds pas un signe en route.

③ QUE VEUT DIRE 2^5 ?

Une puissance est une multiplication répétée du même nombre :
$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
Le petit 5 est l'**exposant** : il compte les facteurs. On lit « 2 exposant 5 ».

À connaître : $7^1 = 7$. Le carré de 3 : $3^2 = 9$. Le cube de 2 : $2^3 = 8$.

Puissances de 10 : $10^4 = 10\,000$, un 1 suivi de 4 zéros. Un million : 10^6.

Nombre négatif : entre parenthèses.
$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$
$(-2)^4 = 16$: exposant pair, résultat positif.

Priorité : la puissance se calcule avant × et ÷.
$5 \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$

Labo. Sissa : la case 64 porte 2^{63} grains.

⚠ $2^3 = 8$, pas 6. Et $-3^2 = -9$, alors que $(-3)^2 = 9$: sans parenthèses, le carré ne porte que sur le 3.

④ COMMENT MULTIPLIER DEUX PUISSANCES ?

Même nombre : on compte tous les facteurs, donc on additionne les exposants.
$5^3 \times 5^4 = (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = 5^{3+4} = 5^7$

Même exposant : on regroupe les facteurs deux par deux.
$2^3 \times 5^3 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = (2 \times 5)^3 = 10^3$

Avec 10 : $10^2 \times 10^3 = 10^5 = 100\,000$. Deux zéros, puis trois : cinq zéros.

En cas de doute : réécris les facteurs et compte-les.

⚠ Aucune règle pour l'addition : $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$, et pas 2^5. Pour multiplier, il faut le même nombre ou le même exposant.

STOP Une question par tableau, réponds en un mot ou un chiffre. ① Calcule $(-4) \times (-5)$. ② Calcule $(-18) \div 3$. ③ Calcule $(-2)^3$. ④ Écris $3^2 \times 3^4$ avec une seule puissance.

Réponses : ① 20 · ② −6 · ③ −8 · ④ 3^6

Bien rédiger — la rédaction qui rapporte des points

Multiplier plusieurs nombres relatifs

Énoncé. Calcule $A = (-2) \times 5 \times (-3) \times (-1)$.

Rédaction attendue :

> Je compte les facteurs négatifs : il y en a 3.
>
> 3 est impair, donc le produit est négatif.
>
> Sans les signes : $2 \times 5 \times 3 \times 1 = 30$
>
> $A = \mathbf{-30}$

Ce qui rapporte des points : le signe est annoncé et justifié AVANT le calcul, puis le calcul se fait sans les signes. Deux petites étapes sûres valent mieux qu'une grande étape risquée.

Ma check-list : compter les facteurs négatifs → pair : positif, impair : négatif → multiplier sans les signes → écrire le résultat avec son signe.

Enchaîner des opérations

Énoncé. Calcule $B = 7 - 3 \times (-4) + (-20) \div 5$.

Rédaction attendue :

> $B = 7 - \underline{3 \times (-4)} + \underline{(-20) \div 5}$
>
> $B = 7 - (-12) + (-4)$
>
> $B = 7 + 12 - 4$
>
> $B = \mathbf{15}$

Ce qui rapporte des points : les multiplications et les divisions d'abord (elles sont soulignées), chaque résultat garde son signe entre parenthèses, puis on simplifie : soustraire −12, c'est ajouter 12.

Ma check-list : les parenthèses → les multiplications et les divisions, avec leur signe → les additions et les soustractions → une ligne par étape.

Calculer avec une puissance

Énoncé. Calcule $C = 5 - 2 \times (-3)^2$.

Rédaction attendue :

> $C = 5 - 2 \times \underline{(-3)^2}$
>
> La puissance d'abord : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$
>
> $C = 5 - \underline{2 \times 9}$
>
> $C = 5 - 18$
>
> $C = \mathbf{-13}$

Ce qui rapporte des points : la puissance est calculée en premier, avant la multiplication, et le carré de −3 est écrit comme un produit de deux facteurs. Le résultat final est négatif : ce n'est pas une erreur.

Ma check-list : les parenthèses → les puissances → les multiplications et les divisions → les additions et les soustractions.

Réunir deux puissances en une seule

Énoncé. Écris $2^3 \times 2^4$ avec une seule puissance, puis calcule.

Rédaction attendue :

> $2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2)$
>
> Je compte les facteurs égaux à 2 : $3 + 4 = 7$
>
> $2^3 \times 2^4 = 2^7$
>
> $2^7 = \mathbf{128}$

Ce qui rapporte des points : repasser par les facteurs, au lieu de réciter une règle. On voit pourquoi les exposants s'additionnent, et on ne les multiplie pas par erreur.

Ma check-list : écrire les facteurs → les compter → écrire la puissance → calculer si on le demande.

Tremplin : reprendre confiance · **Socle** : maîtriser l'essentiel · **Mention** : aller plus loin · **PSG** : la ligue des champions · **tissage** : cet exercice fait aussi retravailler un chapitre passé

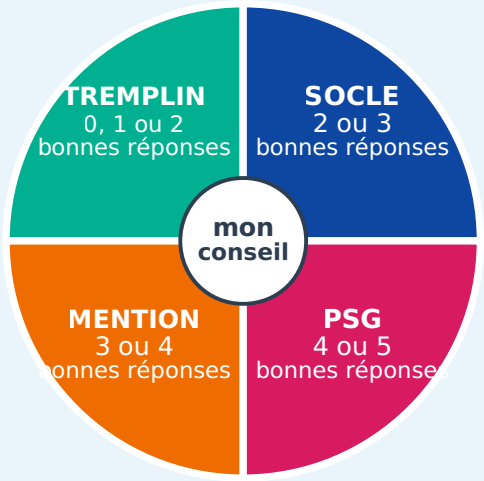
Parcours pour toi, pour ce chapitre (5 minutes, sans aide)

a) Calcule 6×5.
b) Calcule $2 - 9$.
c) Calcule $(-4) + (-4) + (-4)$.
d) Calcule $5 \times (-3)$.
e) Calcule $(-2)^3$.

Compte tes bonnes réponses (elles sont tête en bas, juste dessous), puis lis la boussole.

Réponses : a) 30 · b) −7 · c) −12 · d) −15 · e) (−2) × (−2) × (−2) = −8

Le code du vestiaire : on ne se moque de personne, jamais. Ni d'un voisin sur Tremplin, Socle ou Mention, ni de celui qui enchaîne les PSG. Dans une équipe, on ne siffle ni le gardien ni le buteur. Si ton voisin bloque, aide-le : expliquer, c'est réviser deux fois. Les couleurs changent, les copains restent.



Ton score ouvre deux couleurs ? C'est voulu : **c'est toi qui choisis**, ni trop dure ni trop facile pour toi.



Nouveau jeu, règle n° 1 : ta couleur n'est pas une étiquette. Elle se choisit chapitre par chapitre, parfois séance par séance, et c'est toi qui choisis.

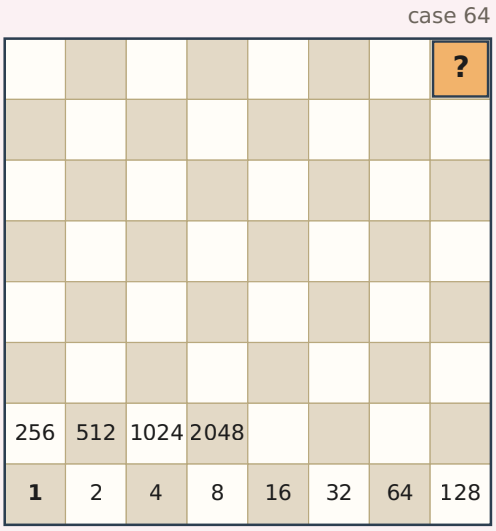
LABO DE MATHS **L'échiquier de Sissa**

Matériel : du riz ou des lentilles, un échiquier de 8 × 8 cases sur une feuille, un crayon. Dix minutes.

1 · LE PROBLÈME

Il y a très longtemps, en Inde, le sage Sissa offrit au roi le jeu d'échecs. Le roi, conquis, lui dit de demander ce qu'il voulait. Sissa montra l'échiquier : « Un grain de riz sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, et ainsi de suite, le double à chaque case, jusqu'à la soixante-quatrième. » Le roi rit et fit apporter un sac. **Pose les grains case après case. À partir de quelle case ne peux-tu plus les poser, et que fais-tu alors ? Combien de grains sur la case 64 ?**

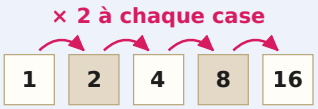
Les douze premières cases sont déjà écrites : vérifie-les avec ton riz, puis continue.





les cinq premières cases, en vrai

2 · UN COUP DE POUCE, AU CAS OÙ



case 5 : 2 × 2 × 2 × 2

quatre facteurs 2 : 2^4

a) Écris chaque case comme une multiplication par 2 répétée. La case 5 porte 16 grains : 2 × 2 × 2 × 2, quatre facteurs 2, ce qui s'écrit 2^4. Combien de facteurs 2 pour la case 10 ? Pour la case 64 ?

case 11 $2^{10} \approx 1\,000$
case 21 $2^{20} \approx 1\,000 \times 1\,000$
case 31 $2^{30} \approx$?
…
case 64 **$2^{63} \approx$?**

b) Pour les grandes cases, on ne compte plus, on calcule : $2^{10} = 1\,024$, à peu près 1 000, et $2^{20} = 2^{10} \times 2^{10} \approx 1\,000 \times 1\,000$. Avance de 10 cases en 10 jusqu'à la case 64, qui porte 2^{63} grains.

Aide. Quand les grains ne rentrent plus, écris le nombre. Quand le nombre est trop long à écrire, écris-le avec une puissance : le nombre de facteurs 2, c'est le numéro de la case moins 1.

3 · POUR ALLER PLUS LOIN



≈ 0,03 g

1 par seconde

a) Un grain de riz pèse environ 0,03 g. Combien pèse le riz de la case 64 ? Compare à la récolte mondiale de riz, environ 500 millions de tonnes par an.

b) Si tu comptais ces grains un par un, un par seconde, sans jamais t'arrêter : combien de temps te faudrait-il ? Une année, c'est environ 30 millions de secondes.

Ce que tu viens de faire. Sur l'échiquier, les grains ont vite débordé : vers la case 10 on ne pose plus, on écrit le nombre ; vers la case 20 le nombre devient trop long et **on l'écrit avec une puissance**. La case 5 porte $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ grains, la case 11 en porte $2^{10} = 1\,024$, la case 64 en porte 2^{63}, un nombre de 19 chiffres. Une puissance, c'est une multiplication répétée du même facteur, et l'exposant compte les facteurs. Tu as aussi vu que $2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$: multiplier deux puissances de 2, c'est ajouter les exposants. Doubler encore et encore fait grandir bien plus vite qu'ajouter : c'est pour ça que le roi n'a jamais pu payer.

Multiplier des nombres relatifs

— fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **369** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

1

Regarde d'abord : (−3) + (−3) + (−3) + (−3) = 4 × (−3) = −12. Quatre dettes de 3, c'est une dette de 12.
À toi, complète : (−5) + (−5) = 2 × (…) = …

Pour démarrer. Écris chaque somme sous la forme d'un produit (= une multiplication), puis calcule.

a) 5 + 5 + 5 b) (−2) + (−2) + (−2)
c) (−10) + (−10) + (−10) d) (−4) + (−4)

*→ voir cours, tableau ①, p. **20** · la table de Pythagore (tes tables de multiplication), p. **369***

2

Regarde d'abord : 4 × 5 = 20 ; 4 × (−5) = −20 ; (−4) × 5 = −20 ; (−4) × (−5) = 20. Même signe : produit positif. Signes contraires : produit négatif.
À toi, complète : 2 × 3 = … ; 2 × (−3) = … ; (−2) × 3 = … ; (−2) × (−3) = …

Les quatre cas. Calcule :

a) 3 × (−4) b) (−5) × 2 c) (−3) × (−3)
d) (−10) × (−4) e) (−2) × 5 f) (−4) × (−5)

*→ cours ① p. **20** · tables p. **369***

3

Tommy tient les comptes du club de jeux. Chaque semaine, le club dépense 2 € de plus qu'il ne reçoit : Tommy note −2.

a) De combien d'euros les comptes ont-ils baissé au bout de 3 semaines ?

b) Complète : 3 × (−2) = …

c) Et au bout de 5 semaines ? Écris le produit, puis son résultat.

*→ cours ① p. **20** · tables p. **369***

4

Regarde d'abord : (−2) × (−3) × (−5) : je compte 3 facteurs négatifs. 3 est impair, donc le produit est négatif. Sans les signes : 2 × 3 × 5 = 30. Résultat : −30
À toi, complète : (−2) × (−5) × (−4) × (−1) : … facteurs négatifs, donc le produit est … Résultat : …

Plusieurs facteurs (= les nombres qu'on multiplie). Donne d'abord le signe du produit, puis calcule.

a) (−2) × 3 × (−5) b) (−1) × (−2) × (−3)
c) (−10) × (−2) × (−4) d) 5 × (−2) × 4 × (−1)

*→ voir cours, tableau ①, p. **20** · modèle « Multiplier plusieurs nombres relatifs », p. **21***

5

Des produits plus longs.

a) Calcule (−0,5) × (−4) × (−2,5) × 8.

b) Calcule le produit de 99 facteurs tous égaux à −1.

c) Calcule le produit de tous les nombres entiers de −5 à 5.

d) Un produit de 7 facteurs, tous différents de 0, est positif. Combien de ces facteurs peuvent être négatifs ? Donne toutes les possibilités.

*→ cours ① p. **20** · Bien rédiger p. **21***

6

Le signe, puis le calcul.

a) (−6) × 2 b) (−3) × (−7) c) 8 × (−5)
d) (−9) × (−4) e) (−0,5) × 4 f) (−1,5) × (−2)

*→ cours ① p. **20** · Bien rédiger p. **21***

7

À l'envers. Complète avec le nombre qui manque.

a) (−4) × … = 28 b) … × (−6) = −54
c) (−0,5) × … = 3 d) … × (−2) × (−5) = −70

*→ cours ① p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

8

Au jeu « Vrai ou faux » de la classe, une bonne réponse rapporte 5 points et une erreur fait perdre 3 points : on la note −3. Carla a répondu aux 10 questions et termine avec 18 points. Combien de bonnes réponses a-t-elle données ? Explique ta démarche : plusieurs chemins sont possibles.

*→ cours ① p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

9

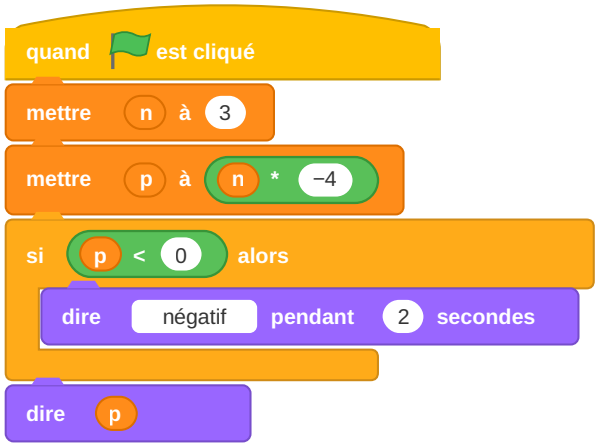
Lauryne veut expliquer à son petit frère pourquoi (−5) × (−3) = 15, sans lui répondre « c'est la règle ». Elle part de la somme (−5) × 3 + (−5) × (−3) et de la distributivité (= on met le facteur commun −5 devant une parenthèse). Écris son explication complète. Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

*→ voir cours, tableau ①, p. **20***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

10

Scratch débranché, sans ordinateur. Dans ce script, n et p sont deux variables (= des boîtes qui gardent un nombre en mémoire).



a) Quel nombre la variable p contient-elle ? Que dit le lutin ?

b) On remplace 3 par -3 dans le deuxième bloc. Que dit le lutin cette fois ?

→ *cours ① p. **20***

11

Vrai ou faux ? Corrige quand c'est faux.

a) $3 \times (-2) = -6$ b) $(-4) \times (-2) = -8$

c) $(-5) \times 2 = 10$ d) $(-1) \times (-1) = 1$

→ *cours ① p. **20***

12

La table de multiplication des nombres relatifs.

×	−2	−1	0	1	2
2	…	…	0	2	4
1	…	…	0	1	2
0	0	0	0	0	0
−1	…	…	0	…	…
−2	…	…	0	…	…

a) Recopie et complète la table.

b) Lis la ligne du 2 de droite à gauche : comment passe-t-on d'une case à la suivante ? Et sur la ligne du -2 ?

c) Dans quels coins de la table les produits sont-ils positifs ?

→ *cours ① p. **20***

13

Un plongeur part de la surface de la mer, à l'altitude 0. Il descend de 3 m chaque minute : on note -3.

a) Écris le produit qui donne son altitude après 5 minutes, puis calcule-le.

b) Même question après 10 minutes.

c) Une épave repose à -40 m. Le plongeur l'a-t-il atteinte après 12 minutes ? Justifie.

→ *cours ① p. **20***

→ Passerelle : tu es en Tremplin ? Si tu réussis celui-ci et si tu le souhaites, tu peux passer en Socle.

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

14

Voici un calcul trouvé sur une copie.

$$\begin{aligned}&(-3) \times 4 \times (-2) \times (-5)\\ &= (-12) \times (-2) \times (-5)\\ &= (-24) \times (-5)\\ &= 120\end{aligned}$$

a) À quelle ligne se trouve l'erreur ? Explique-la.

b) Refais le calcul correctement.

→ *cours ① p. **20***

15

Chaque mois, 15 € sont retirés du compte du club de théâtre pour payer la salle : on note -15. Il y a 70 € sur ce compte, et rien d'autre n'y entre. Au bout de combien de mois le compte passera-t-il sous zéro ? Explique ta démarche.

→ *cours ① p. **20***

16

Multiplier par -1, c'est prendre l'opposé.

a) Calcule $(-1) \times 7$, puis $(-1) \times (-12)$.

b) Calcule $(-1) \times (-1) \times (-1) \times 9$.

c) Vrai ou faux : « L'opposé d'un nombre est toujours négatif. » Justifie avec un exemple.

→ *cours ① p. **20***

17

Voici six cartes.

−5	−3	−2	1	4	6

a) Choisis deux cartes pour obtenir le plus grand produit possible.

b) Choisis deux cartes pour obtenir le plus petit produit possible.

c) Trouve trois cartes dont le produit vaut 60. Y a-t-il plusieurs réponses ?

d) Peut-on obtenir -24 en multipliant trois cartes ? Explique.

→ *cours ① p. **20***

18 12 9

Qui sont-ils ? Dans chaque cas, trouve deux nombres entiers relatifs.

a) Leur produit est −12 et leur somme est 1.

b) Leur produit est 12 et leur somme est −7.

c) Leur produit est −20 et leur somme est −1.

d) Leur produit est 36 et leur somme est −13.

→ *cours* ① *p.* ***20***

19 10

Le produit de deux nombres entiers relatifs qui se suivent (comme −7 et −6, ou 3 et 4) peut-il être négatif ? Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

→ *cours* ① *p.* ***20***

20 11

La grille des signes. Dans chaque case d'une grille de 3 lignes et 3 colonnes, on écrit 1 ou −1. On calcule ensuite le produit des trois nombres de chaque ligne, puis de chaque colonne : cela fait six produits. Dans la grille dessinée, les produits des lignes sont −1, 1 et 1.

1	−1	1
−1	−1	1
1	1	1

a) Remplis une grille pour que les six produits soient tous égaux à −1.

b) Noéline cherche une grille dont les six produits ont une somme égale à 0. Elle pense que c'est impossible. A-t-elle raison ? Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

→ *cours* ① *p.* ***20***

Aide : Multiplie entre eux les trois produits des lignes : quel grand produit retrouves-tu ? Fais de même avec les trois produits des colonnes.

Diviser, enchaîner, lire un calcul — fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **369** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

21 10 12 13 12

Regarde d'abord : … × 2 = −6 : je cherche le nombre qui, multiplié par 2, donne −6. C'est −3, car (−3) × 2 = −6. Donc (−6) ÷ 2 = −3.
À toi, complète : … × 5 = −15, donc (−15) ÷ 5 = …

Pour démarrer. Une division, c'est une multiplication à trou. Complète.

a) … × 5 = −20, donc (−20) ÷ 5 = …

b) … × (−2) = 10, donc 10 ÷ (−2) = …

c) … × (−10) = −30, donc (−30) ÷ (−10) = …

d) … × 4 = −12, donc (−12) ÷ 4 = …

*→ voir cours, tableau ②, p. **20** · la table de Pythagore (tes tables de multiplication), p. **369***

22 11 13 14 13

Regarde d'abord : (−20) ÷ 5 = −4 : signes contraires, quotient négatif. (−20) ÷ (−5) = 4 : même signe, quotient positif. C'est la même règle que pour multiplier.
À toi, complète : 30 ÷ (−10) = … et (−30) ÷ (−10) = …

Calcule. Le signe d'abord, la division ensuite.

a) 20 ÷ (−4) b) (−30) ÷ 10 c) (−16) ÷ (−2)

d) (−35) ÷ 5 e) (−40) ÷ (−10) f) 18 ÷ (−2)

*→ cours ② p. **20** · tables p. **369***

23 12

Quatre amis doivent ensemble 20 € au foyer du collège : on note cette dette −20. Ils la partagent à parts égales.

a) Combien d'euros chacun doit-il ?

b) Complète : (−20) ÷ 4 = …

c) Vérifie par une multiplication.

*→ cours ② p. **20** · tables p. **369***

24 15 14

Tout à la fois. Les crochets sont de grandes parenthèses, et un trait de fraction en remplace une paire : $\frac{-12+4}{2}$ veut dire (−12 + 4) ÷ 2. Calcule, une étape par ligne.

a) (−4,5) ÷ (−0,9) − 3 × (−2)

b) [5 − 3 × (−4)] × (−2) ÷ (−17)

c) $\frac{6\times(-7)+2}{3-(-5)}$

*→ cours ② p. **20** · tables p. **369***

25 13 14 16

Regarde d'abord : 5 + 3 × (−2) = 5 + (−6) = −1. La multiplication d'abord, même si elle est écrite après.
À toi, complète : 10 + 4 × (−3) = 10 + (…) = …

Enchaîner. Calcule en respectant les priorités.

a) 4 + 2 × (−3) b) (−10) ÷ 2 + 1

c) 3 × (−2) + 10 d) (−8) ÷ 4 − 1

e) 6 − 2 × (−5) f) (2 − 8) × (−3)

*→ voir cours, tableau ②, p. **20** · modèle « Enchaîner des opérations », p. **21***

26 14 15

Les mots pour le dire. Un produit est le résultat d'une multiplication, un quotient celui d'une division, une somme celui d'une addition. Écris le calcul qui correspond à chaque phrase, puis donne le résultat.

a) Le produit de −3 par 5.

b) Le quotient de −40 par 10.

c) La somme de −8 et 3.

d) Le double de −7.

e) La somme de 2 et du produit de −3 par 4.

*→ cours ② p. **20** · Bien rédiger p. **21***

27 17 15

Du français aux maths, et retour.

a) Écris en une seule expression, puis calcule : le produit de −4 par la somme de 7 et −9.

b) Même consigne : la somme de −6 et du quotient de 20 par −5.

c) Même consigne : le quotient de la différence entre 3 et 15 par −4.

d) Décris par une phrase l'expression (−3) × 5 − 8 ÷ (−2), puis calcule-la.

*→ cours ② p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

28 16 18

Voici les températures relevées à 7 h du matin, pendant une semaine d'hiver, dans un village de montagne. Lauryne affirme : « Sur la semaine, la température moyenne du matin est de −2 °C. » A-t-elle raison ? Explique ta démarche.

jour	lun.	mar.	mer.	jeu.	ven.	sam.	dim.
en °C	−4	−1	3	−6	2	−5	−3

*→ cours ② p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

29 16

Vrai ou faux ? Justifie chaque réponse par un argument, ou par un contre-exemple (= un exemple qui prouve qu'une phrase est fausse).

a) Le quotient de deux nombres négatifs est plus grand que chacun de ces deux nombres.

b) Diviser un nombre par −1 donne son opposé.

c) Quand on échange les deux nombres d'une division, le quotient change de signe.

d) Les calculs (24 ÷ (−6)) ÷ 2 et 24 ÷ ((−6) ÷ 2) donnent le même résultat.

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

30 15

La chaîne. Pars de 4 et suis les flèches. Recopie et complète.

4 → × (−5) → … → ÷ 2 → … → × (−1) → … → ÷ (−10) → …

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

31 16 17

Voici un programme de calcul.

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie-le par −2.
3. Ajoute 6.

a) Applique-le au nombre 5, une étape après l'autre.

b) Applique-le au nombre −3.

c) Laquelle de ces deux expressions correspond au programme appliqué à −3 : (−3) × (−2) + 6 ou (−3) × (−2 + 6) ? Explique.

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

→ Passerelle : tu es en Tremplin ? Si tu réussis celui-ci et si tu le souhaites, tu peux passer en Socle.

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

32 18 19

Aux États-Unis, on mesure les températures en degrés Fahrenheit. Pour convertir, on multiplie la température en degrés Celsius par 1,8, puis on ajoute 32.

degrés Celsius	10	0	−5	−20	−40
degrés Fahrenheit	…	…	…	…	…

a) Recopie et complète le tableau.

b) Que remarques-tu dans la dernière colonne ?

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

33 19 20

Deux élèves ont calculé 8 − 2 × (−5). Leurs copies sont dans le tableau.

copie A	**copie B**
8 − 2 × (−5)	8 − 2 × (−5)
= 6 × (−5)	= 8 − (−10)
= −30	= 8 + 10 = 18

a) Quelle copie est juste ?

b) Explique l'erreur de l'autre copie.

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

34 20 21 17

À l'envers. Complète avec le nombre qui manque.

a) (−36) ÷ … = 9 b) … ÷ (−5) = −7

c) … × (−3) + 5 = −7 d) 20 ÷ (… − 3) = −4

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

35 22 18

Voici un programme de calcul.

1. Choisis un nombre.
2. Multiplie-le par −4.
3. Soustrais 6.
4. Divise le résultat par 2.

a) Applique-le au nombre −5.

b) Écris en une seule expression le calcul fait pour −5.

c) Quel nombre faut-il choisir au départ pour obtenir −11 ? Explique ta méthode.

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

36 23

Le trait de fraction joue le rôle de parenthèses : $\frac{-12+4}{2}$ veut dire (−12 + 4) ÷ 2. Calcule.

a) $\frac{-12+4}{2}$ b) $\frac{5\times(-6)}{-10}$

c) $\frac{-9-15}{-2-6}$ d) $4+\frac{-18}{3}$

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

37 19

Deux nombres mystère. Melvyn pense à deux nombres entiers relatifs. Leur produit vaut −36 et, quand on divise le premier par le second, on trouve −4. Quels peuvent être ces deux nombres ? Trouve toutes les réponses. Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

→ *cours ② p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

Aide : Si le quotient vaut −4, alors le premier nombre vaut −4 fois le second. Essaie avec un second nombre égal à 1, puis à 2, puis à 3…

Les puissances : écrire court, calculer grand

— fais les exercices qui portent ta pastille, dans l'ordre

Coup de pouce : ton cours en une page p. **20** · les modèles rédigés à imiter p. **21** · tous les corrigés en fin de chapitre. · Tes tables de multiplication sont p. **369** : garde-les ouvertes à côté de toi, s'en servir n'est pas tricher, c'est comme ça qu'on les retient.

38

Regarde d'abord : $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$. Le petit 4, l'exposant, compte les facteurs : ici, quatre facteurs égaux à 2.
À toi, complète : $5^3 = 5 \times \ldots \times \ldots = \ldots$

Pour démarrer. Écris chaque puissance comme un produit, puis calcule.

a) 2^3 b) 3^2 c) 10^3
d) 5^2 e) 2^5 f) 10^4

*→ voir cours, tableau ③, p. **20** · la table de Pythagore (tes tables de multiplication), p. **369***

39

Le double ou le carré ? Ne confonds pas 2×4 et 4^2. Recopie et complète le tableau.

nombre	1	2	3	4	5	10
son double	…	…	…	…	…	…
son carré	…	…	…	…	…	…

*→ cours ③ p. **20** · tables p. **369***

40

Regarde d'abord : $(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$. Trois facteurs négatifs : le résultat est négatif.
À toi, complète : $(-3)^2 = (\ldots) \times (\ldots) = \ldots$

Avec un nombre négatif entre parenthèses. Écris le produit, puis calcule.

a) $(-5)^2$ b) $(-2)^4$ c) $(-10)^3$
d) $(-1)^5$ e) $(-4)^2$ f) $(-2)^5$

*→ cours ③ p. **20** · tables p. **369***

41

Avec ou sans parenthèses.

a) Calcule $(-2)^4$, puis -2^4. Explique la différence.

b) Calcule $(-1)^{2027}$, puis $-(-3)^3$.

c) Calcule $3 \times (-2)^3 - (-5)^2$, une étape par ligne.

d) Range dans l'ordre croissant : $(-2)^5$; $(-2)^4$; -2^2 ; 2^3 ; $(-1)^{10}$.

*→ voir cours, tableau ③, p. **20** · modèle « Calculer avec une puissance », p. **21***

42

Regarde d'abord : $2^3 \times 2^2 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^5$. Je compte les facteurs : $3 + 2 = 5$.
À toi, complète : $3^2 \times 3^4 = (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3)$. Je compte … facteurs : c'est $3^{\cdots}$

Multiplier deux puissances d'un même nombre. Écris le résultat avec une seule puissance.

a) $3^2 \times 3^3$ b) $10^2 \times 10^4$ c) 5×5^3
d) $2^4 \times 2^4$ e) $(-2)^3 \times (-2)^2$ f) $7^5 \times 7$

*→ voir cours, tableau ④, p. **20** · modèle « Réunir deux puissances en une seule », p. **21***

43

Regarde d'abord : $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) \times (2 \times 5) = 10^3 = 1\,000$. Même exposant : je regroupe les facteurs deux par deux.
À toi, complète : $2^2 \times 5^2 = (2 \times 5) \times (2 \times 5) = (\ldots)^2 = \ldots$

Multiplier deux puissances de même exposant. Regroupe les facteurs, puis calcule.

a) $2^4 \times 5^4$ b) $2^2 \times 3^2$
c) $5^2 \times 4^2$ d) $25^2 \times 4^2$

*→ cours ④ p. **20** · Bien rédiger p. **21***

44

Les deux règles du produit. Même nombre, on additionne les exposants : $2^3 \times 2^2 = 2^5$. Même exposant, on regroupe les facteurs : $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3$. Écris chaque résultat avec une seule puissance. Attention, un intrus s'est glissé dans la série : pour lui, calcule simplement.

a) $2^5 \times 2^7$ b) $(-3)^4 \times (-3)$ c) $2^6 \times 5^6$
d) $4^5 \times 25^5$ e) $2^3 + 2^2$ f) $2^3 \times 2^4 \times 5^7$

*→ cours ④ p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

45

Lundi, Noéline envoie une énigme à 3 amis. Le lendemain, chacun d'eux l'envoie à 3 nouvelles personnes, et ainsi de suite chaque jour. Quel jour de la semaine plus de 1 000 personnes recevront-elles l'énigme en une seule journée ? Explique ta démarche.

*→ cours ④ p. **20** · Bien rédiger p. **21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

46 24

Trois bassins contiennent chacun une seule lentille d'eau, une petite plante qui flotte. Dans le bassin A, le nombre de lentilles double toutes les 2 semaines. Dans le bassin B, il triple toutes les 3 semaines. Dans le bassin C, il est multiplié par 4 toutes les 4 semaines. Après 12 semaines, quel bassin contient le plus de lentilles ? Deux bassins sont à égalité : explique pourquoi on pouvait le prévoir sans calculer aucune puissance. Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

→ *cours ④ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

Toutes les notions de cette partie sont vues : la suite consolide.

47 22

Vrai ou faux ? Corrige quand c'est faux.

a) $2^3 = 6$ b) $4^2 = 16$ c) $10^2 = 20$ d) $1^5 = 5$

→ *cours ④ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

48 23 26

Les carrés à connaître par cœur.

nombre	1	2	3	4	5	6
son carré	1	4	9	…	…	…
nombre	7	8	9	10	11	12
son carré	…	…	…	…	…	…

a) Recopie et complète la table des carrés.

b) Quel nombre positif a pour carré 49 ? Et 81 ? Et 144 ?

→ *cours ④ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

49 24 27 30

La taille d'un fichier se compte en octets, avec des puissances de 10 : 1 kilooctet (ko) = 10^3 octets, 1 mégaoctet (Mo) = 10^6 octets, 1 gigaoctet (Go) = 10^9 octets.

a) Écris 10^3, 10^6 et 10^9 en chiffres.

b) Combien de kilooctets faut-il pour faire un mégaoctet ?

c) Une photo occupe 4 Mo. Combien de photos peut-on ranger sur une clé de 32 Go ?

→ *cours ④ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

→ Passerelle : tu es en Tremplin ? Si tu réussis celui-ci et si tu le souhaites, tu peux passer en Socle.

Mission accomplie ! *Bascule en Socle.*

50 28 31

La puissance passe avant la multiplication, mais après les parenthèses. Calcule.

a) 2×3^2 b) $(2 \times 3)^2$ c) $5 + 2^3$

d) $10 - 4^2$ e) $(-3)^2 - 3^2$ f) $2 \times (-5)^2 - 10^2$

→ *voir cours, tableau ③, p.* ***20*** *· modèle « Calculer avec une puissance », p.* ***21***

51 29 32

Cinq égalités trouvées sur des copies. Lesquelles sont justes ? Corrige les autres.

a) $2^3 \times 2^2 = 2^6$ b) $3^2 + 3^3 = 3^5$ c) $2^4 \times 5^4 = 10^4$

d) $(-3)^2 = -9$ e) $6^1 = 6$

→ *cours ③ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

52 33 25

À l'envers. Les points cachent un exposant ou un nombre : retrouve-le.

a) $2^{\cdots} = 64$ b) $(\ldots)^3 = -125$

c) $10^{\cdots} = 1\,000\,000$ d) $3^{\cdots} \times 3^4 = 3^9$

e) $(\ldots)^3 \times 5^3 = 10^3$ f) $(\ldots)^2 = 49$, deux réponses

→ *cours ③ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

53 34 26

L'escalier des puissances de 2.

puissance	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
valeur	32	…	…	…	…	?

a) Recopie et complète le tableau.

b) Quand on descend d'une marche, de 2^4 à 2^3 par exemple, par combien le résultat est-il divisé ?

c) En descendant encore, quelle valeur proposes-tu pour 2^0 ? Et pour 10^0 ?

→ *cours ③ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

54 27

Un million sans zéro. Le nombre 1 000 000 s'écrit avec six zéros. Carla affirme pourtant qu'on peut l'écrire comme le produit de deux nombres entiers qui ne contiennent aucun chiffre 0. Trouve ces deux nombres. Argumente ta réponse en précisant ta démarche. calculatrice autorisée

→ *cours ③ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

Aide : $1\,000\,000 = 10^6$, et $10 = 2 \times 5$. Que se passe-t-il si tu rangeas tous les 2 d'un côté et tous les 5 de l'autre ?

55 28

La fausse pièce. Parmi 27 pièces d'apparence identique, une seule est fausse : elle est un peu plus légère que les autres. Gabriele possède une balance à deux plateaux, sans aucune masse. Il affirme qu'il peut retrouver la fausse pièce à coup sûr en 3 pesées seulement. Comment s'y prend-il ? Et avec 81 pièces, combien de pesées lui faudrait-il ? Argumente ta réponse en précisant ta démarche.

→ *cours ③ p.* ***20*** *· Bien rédiger p.* ***21***

Aide : Fais trois tas égaux. Pose un tas sur chaque plateau et laisse le troisième sur la table. Que t'apprend la balance ?

Atelier tableur — Ajouter ou doubler : le duel de l'argent de poche

Outil : Un tableur. Une formule commence toujours par le signe =, la multiplication s'écrit avec une étoile `*` et la puissance avec un accent circonflexe `^`.

Pour les 15 jours des vacances, Gabriele propose deux offres d'argent de poche.
Offre 1 : 10 € chaque jour.
Offre 2 : 1 centime le premier jour, puis le double chaque jour : 2 centimes, 4 centimes, 8 centimes…
Avant de commencer, note sur ton cahier l'offre que tu choisirais. Le tableur va trancher.

Les étapes, pas à pas (si tu débutes)

1. Ouvre une feuille de calcul vide. En ligne 1, tape les quatre titres du tableau dessiné.
2. En A2, tape 1. En A3, tape `=A2+1` puis Entrée. Recopie A3 vers le bas jusqu'à la ligne 16 (attrape la petite poignée en bas à droite de la cellule et tire) : la colonne A compte les 15 jours.
3. En B2, tape `=10*A2` puis recopie vers le bas jusqu'à la ligne 16 : c'est le total de l'offre 1.
4. En C2, tape 1. En C3, tape `=C2*2` puis recopie vers le bas : chaque jour, on double.
5. En D2, tape `=C2/100` : c'est le total de l'offre 2, converti en euros. En D3, tape `=D2+C3/100` puis recopie vers le bas.
6. En E3, tape `=2^(A3-1)` puis recopie vers le bas. Compare la colonne E et la colonne C.

	A	B	C	D
1	jour	offre 1, total en €	offre 2, centimes du jour	offre 2, total en €
2	1	10	1	0,01
3	2	…	…	…
4	3	…	…	…

Tes observations

1. Combien de centimes l'offre 2 donne-t-elle le 10e jour ? Écris ce nombre sous la forme d'une puissance de 2.
2. Compare les colonnes C et E, à partir de la ligne 3. Comment le tableur écrit-il une puissance ?
3. À partir de quel jour le total de l'offre 2 dépasse-t-il celui de l'offre 1 ?
4. Au bout des 15 jours, combien chaque offre a-t-elle rapporté en tout ? Avais-tu choisi la bonne ?
5. Pour aller plus loin : dans une cellule vide, tape `=(-3)^2`, puis dans une autre `=-3^2`. Compare avec ce que tu sais de $(-3)^2$ et de -3^2. Que conseilles-tu à quelqu'un qui tape une puissance dans un tableur ?

Version expert : tu connais déjà le tableur ?

L'objectif. Construis une feuille qui compare, jour après jour, le total des deux offres sur 15 jours : 10 € par jour, ou 1 centime qui double chaque jour. Trouve le jour où la seconde offre passe devant.

Le défi. Prolonge ta feuille jusqu'au 30e jour. Combien l'offre 2 donne-t-elle ce seul jour-là, en euros ? Écris ce nombre de centimes sous la forme d'une puissance de 2.

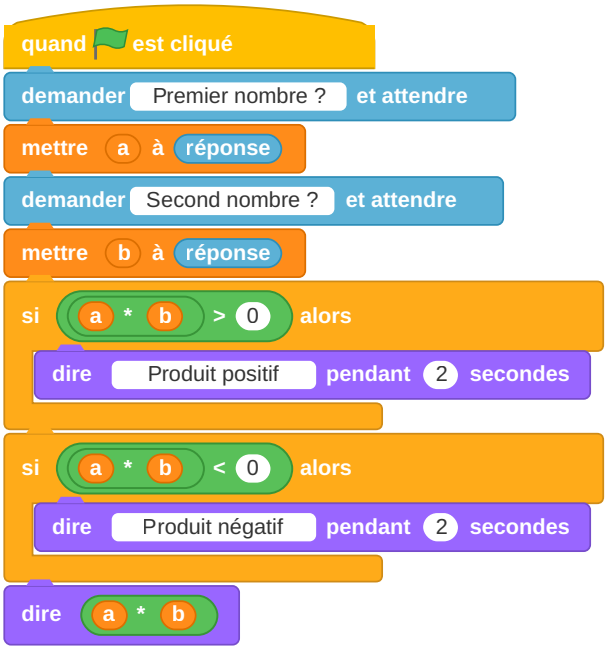
Ce qu'il faut retenir : Ajouter 10 chaque jour fait grandir un nombre régulièrement. Doubler chaque jour, c'est multiplier par une puissance de 2 : presque rien au début, puis une croissance qui dépasse tout. Et dans un tableur comme sur ta copie, un nombre négatif élevé à une puissance s'écrit entre parenthèses.

Atelier Scratch — Le lutin qui annonce le signe d'un produit

Outil : Scratch (scratch.mit.edu, gratuit, aussi hors ligne). Tu vas utiliser les blocs orange de la catégorie Variables, le bloc « si … alors » de la catégorie Contrôle et les blocs verts de la catégorie Opérateurs.

Tu donnes deux nombres au lutin, et il annonce le signe de leur produit. Pour cela, il lui faut deux variables (des boîtes qui gardent un nombre en mémoire) et deux blocs « si … alors », qui ne s'exécutent que si leur condition est vraie.

Le script à construire



Les étapes

1. Crée un nouveau projet. Dans Variables, clique sur « Créer une variable » et crée la variable a, puis la variable b.
2. Dans Événements, prends le bloc « quand le drapeau est cliqué ».
3. Dans Capteurs, prends le bloc « demander … et attendre » et écris la question « Premier nombre ? ». Dessous, accroche un bloc « mettre a à … » et glisse dedans le bloc bleu « réponse ».
4. Fais de même pour le second nombre, avec la variable b.
5. Dans Contrôle, prends un bloc « si … alors ». Dans Opérateurs, prends le bloc de comparaison « … > … » et glisse dedans un bloc de multiplication (son signe est une étoile) qui contient a et b. Écris 0 dans l'autre case.
6. À l'intérieur du « si », place un bloc « dire Produit positif pendant 2 secondes ».
7. Construis le second « si » de la même façon, avec le bloc « … < … » et le message « Produit négatif ».
8. Termine par un bloc « dire » qui contient la multiplication de a par b. Avant de cliquer sur le drapeau, réponds à la première question.

Tes observations

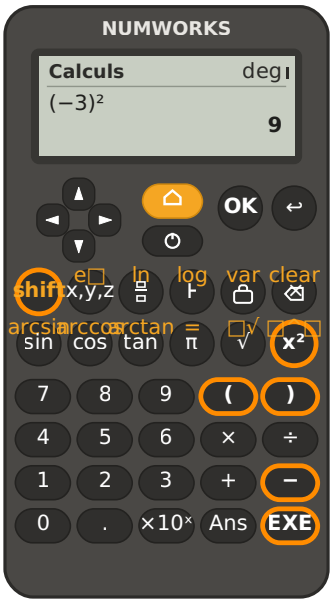
1. Sans lancer le script : que dira le lutin si tu réponds -4, puis 6 ? Et si tu réponds -4, puis -6 ? Clique ensuite sur le drapeau pour vérifier.
2. Teste trois autres couples de nombres, dont un avec deux nombres négatifs. Le lutin se trompe-t-il parfois ?
3. Que se passe-t-il si l'un des deux nombres vaut 0 ? Pourquoi aucun des deux messages ne s'affiche-t-il ?
4. Pour aller plus loin : modifie le script pour que le lutin annonce le signe d'un quotient. Quels blocs dois-tu changer ? Quel nombre ne faut-il surtout pas donner en second ?

Ce qu'il faut retenir : Un bloc « si … alors » ne s'exécute que si sa condition est vraie. Avec deux conditions, le lutin retrouve la règle des signes : produit positif quand les deux nombres ont le même signe, produit négatif quand ils sont de signes contraires.

Le coin calculatrice

— Nombres négatifs et puissances : les parenthèses qui changent tout

Quoi	Comment	Exemple
Taper un nombre négatif	La même touche − sert pour la soustraction et pour le signe moins d'un nombre négatif : pas de touche (−) séparée à chercher. Mets le nombre négatif entre parenthèses, comme sur ta copie. Les deux touches (et) sont à droite du 9.	(−6) × (−3) puis EXE : l'écran affiche 18.
Enchaîner plusieurs opérations	Tape le calcul comme il est écrit, de gauche à droite, parenthèses comprises, puis valide avec EXE. La machine applique les priorités toute seule.	7 − 3 × (−4) puis EXE : l'écran affiche 19.
Élever au carré	Tape le nombre, puis la touche `x²`.	13 puis `x²` puis EXE : l'écran affiche 169.
Calculer une autre puissance	La fonction puissance est la seconde fonction de la touche `x²` : tape le nombre, puis `shift` et `x²`. L'exposant s'écrit en petit et en hauteur, comme sur le cahier. Sors de l'exposant avec la flèche droite avant de continuer le calcul.	2 `shift` `x²` 10 affiche 2^{10} et donne 1 024.



La calculatrice du livre est la NumWorks Collège : les touches du chapitre sont entourées d'orange, et l'écran montre le calcul de l'exemple. Tu peux t'entraîner gratuitement sur l'émulateur en ligne numworks.com, ou avec l'application gratuite « NumWorks Scientifique » sur iOS et Android. Avec une autre marque, les mêmes touches existent sous d'autres noms.

⚠ **Le piège du chapitre :** Le carré d'un nombre négatif. La saisie -3^2 affiche −9, alors que $(-3)^2$ affiche 9. La calculatrice élève au carré AVANT d'appliquer le signe moins, exactement comme dans le cours. Mets toujours un nombre négatif entre parenthèses avant de l'élever à une puissance.

1. Tape $(-3)^2$ et valide : ton écran doit ressembler à celui du dessin. Tape ensuite -3^2 et explique l'écart.
2. Calcule (−7) × (−8) ÷ (−4).
3. Calcule 7 − 3 × (−4) + (−20) ÷ 5 : c'est le calcul d'un modèle « Bien rédiger ».
4. Calcule 2^{10}, puis $(-2)^5$.
5. Calcule 3^7 : c'est le nombre de personnes qui reçoivent l'énigme le dimanche, dans le problème des puissances.

Sans calculatrice : Les tables, la règle des signes et les petites puissances (2^3, 5^2, 10^4) doivent tourner de tête. La calculatrice sert à vérifier et à aller plus vite sur les gros calculs, pas à réfléchir à ta place.

Réponses. 1) 9, puis −9 : sans parenthèses, le carré ne porte que sur le 3 · 2) −14 · 3) 15 · 4) 1 024, puis −32 · 5) 2 187

Évaluation de fin de chapitre

— 1 heure · sur 20 · 6 + 7 + 7

Partie A sans calculatrice (une quinzaine de minutes). Calculatrice autorisée ensuite, sauf indication contraire. Rédige comme dans les modèles « Bien rédiger » : les étapes comptent autant que le résultat.

*→ Une question te bloque ? Ton cours en une page est p. **20** · les modèles rédigés p. **21**, et au pire, les relire fait réviser.*

Partie A · Automatismes / 6

Sans calculatrice. Questions 1 à 6 : 0,5 point chacune. Questions 7 à 9 : 1 point chacune.

1. Calcule 10^2. / 0,5
2. Calcule $4 \times (-5)$. / 0,5
3. Calcule $(-3) \times (-6)$. / 0,5
4. Calcule $(-24) \div 4$. / 0,5
5. Calcule 2^3. / 0,5
6. Quel est le signe du produit $(-1) \times (-7) \times (-2) \times 5$? / 0,5
7. Calcule $6 - 2 \times (-4)$. / 1
8. Écris $5^2 \times 5^4$ avec une seule puissance. / 1
9. Calcule $2^3 \times 5^3$. / 1

Problème 1 · le quiz de la classe / 7

réponse	points par réponse	nombre de réponses	total
bonne	5	6	…
fausse	−3	3	…
pas de réponse	−1	1	…

Au quiz de la classe, une bonne réponse rapporte 5 points, une réponse fausse fait perdre 3 points et une question laissée sans réponse fait perdre 1 point. Le tableau résume la partie de Nolan.

a) Recopie le tableau et complète la colonne « total ». **/3**

b) Écris en une seule expression le score de Nolan, et montre qu'il vaut 20. **/2**

c) En 5 parties, un autre joueur a totalisé −40 points. Quel est son score moyen par partie ? Écris la division. **/2**

Problème 2 · l'arbre des ancêtres / 7

Chaque personne a 2 parents, 4 grands-parents, 8 arrière-grands-parents, et ainsi de suite : à chaque génération en arrière, le nombre d'ancêtres double.

a) Combien d'ancêtres compte-t-on 5 générations en arrière ? Écris ce nombre sous la forme d'une puissance de 2, puis calcule-le. **/2**

b) Montre que $2^{10} = 1\,024$. **/1,5**

c) Vingt générations en arrière, il y a environ 500 ans, on compte 2^{20} ancêtres. Montre que $2^{20} = 2^{10} \times 2^{10}$. **/1,5**

d) Est-ce plus ou moins d'un million d'ancêtres ? Justifie. **/2**

Pour l'adulte qui accompagne : trois questions à poser sur ce chapitre, aucune maths à faire, la réponse de l'élève suffit : **1.** « (−3) × (−4), ça fait combien ? Et (−3) + (−4) ? Pourquoi ce n'est pas le même signe ? » **2.** « 2^3, ça fait 6 ou 8 ? Explique-moi ce que compte le petit 3. » **3.** « Si tu perds 5 points à chaque erreur, où en es-tu après 4 erreurs ? Quel calcul écris-tu ? » *Il est normal de mélanger encore la règle de l'addition et celle de la multiplication, ou de lire 2^3 comme 2×3 : ces deux confusions mettent du temps à partir. Les rituels y reviennent toute l'année.*

Connais-tu ton livre ? Un chapitre entier avec ce livre : voyons si tu connais la règle du jeu. Réponds de tête, vérifie tête en bas. ① Le petit chiffre blanc dans ta pastille, c'est… ② Vrai ou faux : ta couleur est fixée pour l'année. ③ Où sont les corrigés ? ④ C'est trop dur aujourd'hui : comment faire ? ⑤ Hormis Tremplin, combien d'exercices par thème donnent l'essentiel ?

Réponses : ① ton compteur : si ta pastille porte un 8, c'est ton 8e exercice du chapitre · ② faux : elle se choisit par chapitre, parfois par séance · ③ en fin de chapitre, tous, sans exception · ④ change de couleur : c'est un réglage, comme la selle d'un vélo, pas une punition · ⑤ les 5 premiers de ta couleur ; la suite consolide

Corrigés du chapitre 1

1) À toi : 2 × (−5) = −10. a) 3 × 5 = 15 b) 3 × (−2) = −6 c) 3 × (−10) = −30 d) 2 × (−4) = −8. Quand un seul des deux facteurs est négatif, le produit est négatif.

2) À toi : 6 ; −6 ; −6 ; 6. a) −12 b) −10 c) 9 d) 40 e) −10 f) 20 ⚠ Erreur fréquente : répondre −9 au calcul c). Deux facteurs négatifs donnent un produit positif.

3) a) 2 + 2 + 2 = 6 : les comptes ont baissé de 6 €. b) 3 × (−2) = −6 c) 5 × (−2) = −10 : les comptes ont baissé de 10 €.

4) À toi : 4 facteurs négatifs, donc le produit est positif. Résultat : 40. a) 2 facteurs négatifs : positif, 30 b) 3 facteurs négatifs : négatif, −6 c) 3 facteurs négatifs : négatif, −80 d) 2 facteurs négatifs : positif, 40

5) a) Trois facteurs négatifs : le produit est négatif. Sans les signes : 0,5 × 4 = 2 ; 2 × 2,5 = 5 ; 5 × 8 = 40. Résultat : −40 b) 99 est impair : le produit vaut −1. c) Parmi ces entiers, il y a 0 : le produit vaut 0. d) Le nombre de facteurs négatifs doit être pair : 0, 2, 4 ou 6.

6) a) −12 b) 21 c) −40 d) 36 e) −2 f) 3. Pour les deux derniers : 0,5 × 4 = 2 et 1,5 × 2 = 3, puis on place le signe.

7) a) −7, car (−4) × (−7) = 28 b) 9, car 9 × (−6) = −54 c) −6, car (−0,5) × (−6) = 3 d) −7, car (−7) × (−2) × (−5) = −70

8) On essaie, en écrivant chaque score comme une somme de deux produits. Avec 5 bonnes réponses et 5 erreurs : 5 × 5 + 5 × (−3) = 25 − 15 = 10, ce n'est pas assez. Avec 6 bonnes réponses et 4 erreurs : 6 × 5 + 4 × (−3) = 30 − 12 = 18. Carla a donné 6 bonnes réponses. Autre chemin : 10 bonnes réponses donneraient 50 points, et chaque erreur enlève 5 + 3 = 8 points. Or 50 − 18 = 32 et 32 ÷ 8 = 4 : il y a 4 erreurs. Toute démarche complète est acceptée.

9) Je mets −5 en facteur : (−5) × 3 + (−5) × (−3) = (−5) × (3 + (−3)) = (−5) × 0 = 0. La somme des deux produits est nulle : ils sont donc opposés. Or (−5) × 3 = −15 : c'est trois fois −5, une somme répétée. Donc (−5) × (−3) est l'opposé de −15, c'est-à-dire 15. Sans cette règle, la distributivité ne marcherait plus avec les nombres négatifs.

10) a) p contient 3 × (−4) = −12. Ce nombre est plus petit que 0 : le lutin dit « négatif », puis il dit −12. b) Maintenant, p contient (−3) × (−4) = 12. La condition du « si » est fausse : le lutin saute le bloc qu'il contient et dit seulement 12.

11) a) Vrai b) Faux : deux facteurs négatifs, le produit est positif, (−4) × (−2) = 8 c) Faux : un seul facteur négatif, le produit est négatif, (−5) × 2 = −10 d) Vrai

12) a) Ligne du 2 : −4 ; −2 ; 0 ; 2 ; 4. Ligne du 1 : −2 ; −1 ; 0 ; 1 ; 2. Ligne du −1 : 2 ; 1 ; 0 ; −1 ; −2. Ligne du −2 : 4 ; 2 ; 0 ; −2 ; −4. b) Sur la ligne du 2, de droite à gauche, on enlève 2 à chaque case. Sur la ligne du −2, on ajoute 2. La régularité continue de l'autre côté du zéro : c'est elle qui impose le signe des produits. c) En haut à droite, où les deux nombres sont positifs, et en bas à gauche, où ils sont tous les deux négatifs.

13) a) 5 × (−3) = −15 : il est à −15 m. b) 10 × (−3) = −30 : il est à −30 m. c) 12 × (−3) = −36. Il est à −36 m, au-dessus de l'épave : il lui reste 4 m à descendre.

14) a) L'erreur est à la troisième ligne : (−12) × (−2) = 24, et non −24, car deux facteurs négatifs donnent un produit positif. b) (−3) × 4 × (−2) × (−5) = (−12) × (−2) × (−5) = 24 × (−5) = −120. On pouvait le prévoir : trois facteurs négatifs, donc un produit négatif.

15) Après 4 mois : 70 + 4 × (−15) = 70 − 60 = 10. Il reste 10 €. Après 5 mois : 70 + 5 × (−15) = 70 − 75 = −5. Le compte passe sous zéro au 5e mois : il manque alors 5 €.

16) a) (−1) × 7 = −7 et (−1) × (−12) = 12 b) Trois facteurs négatifs : le produit est négatif, c'est −9. c) Faux : l'opposé de −12 est 12, un nombre positif.

17) a) 4 × 6 = 24. Avec deux cartes négatives, on obtient au mieux (−5) × (−3) = 15. b) (−5) × 6 = −30 : il faut un produit négatif, le plus loin possible de zéro. c) Deux réponses : (−5) × (−3) × 4 = 60 et (−5) × (−2) × 6 = 60. d) Non. Un produit négatif demande une seule carte négative, ou bien trois. Les trois cartes négatives donnent (−5) × (−3) × (−2) = −30. Avec une seule carte négative, les deux cartes positives ont pour produit 4, 6 ou 24 : il faudrait la carte −6, −4 ou −1, et aucune n'existe.

18) a) 4 et −3 : 4 × (−3) = −12 et 4 + (−3) = 1 b) −3 et −4 : (−3) × (−4) = 12 et (−3) + (−4) = −7 c) −5 et 4 : (−5) × 4 = −20 et (−5) + 4 = −1 d) −4 et −9 : (−4) × (−9) = 36 et (−4) + (−9) = −13

19) Non, jamais. Si les deux entiers sont positifs, comme 3 et 4, leur produit est positif. S'ils sont négatifs, comme −7 et −6, leur produit est positif aussi : (−7) × (−6) = 42. Si l'un des deux est 0, comme −1 et 0, le produit vaut 0. Un produit négatif demanderait un entier négatif et un entier positif. Or il y a toujours 0 entre les deux : ils ne peuvent pas se suivre.

20) a) Par exemple, on écrit −1 dans les neuf cases : chaque ligne et chaque colonne a pour produit (−1) × (−1) × (−1) = −1. D'autres grilles conviennent, comme celle qui porte un seul −1 par ligne et par colonne. b) Noéline a raison. Chaque produit vaut 1 ou −1 : pour une somme nulle, il en faut trois égaux à 1 et trois égaux à −1. Multiplions les trois produits des lignes : on obtient le produit des neuf nombres de la grille. Avec les trois produits des colonnes, on obtient ce même produit. Les deux résultats ont donc le même signe. Or le produit des trois lignes est négatif quand le nombre de lignes de produit −1 est impair, positif quand il est pair. Même chose pour les colonnes. Le nombre de lignes de produit −1 et le nombre de colonnes de produit −1 sont donc tous les deux pairs, ou tous les deux impairs : leur total est pair, il ne peut pas valoir 3. Aucune grille ne convient.

21) À toi : (−3) × 5 = −15, donc (−15) ÷ 5 = −3. a) (−4) × 5 = −20, donc (−20) ÷ 5 = −4 b) (−5) × (−2) = 10, donc 10 ÷ (−2) = −5 c) 3 × (−10) = −30, donc (−30) ÷ (−10) = 3 d) (−3) × 4 = −12, donc (−12) ÷ 4 = −3. Pour diviser, je cherche le nombre qui manque dans la multiplication, signe compris.

22) À toi : −3 et 3. a) −5 b) −3 c) 8 d) −7 e) 4 f) −9

23) a) 20 ÷ 4 = 5 : chacun doit 5 €. b) (−20) ÷ 4 = −5 : une dette de 5 € pour chacun. c) 4 × (−5) = −20 ✓

24) a) (−4,5) ÷ (−0,9) = 5 et 3 × (−2) = −6. On calcule donc 5 − (−6) = 5 + 6 = 11 b) [5 − (−12)] × (−2) ÷ (−17) = 17 × (−2) ÷ (−17) = (−34) ÷ (−17) = 2 c) Le haut : 6 × (−7) + 2 = −42 + 2 = −40. Le bas : 3 − (−5) = 3 + 5 = 8. Le quotient : (−40) ÷ 8 = −5

25) À toi : 10 + (−12) = −2. a) 4 + (−6) = −2 b) (−5) + 1 = −4 c) (−6) + 10 = 4 d) (−2) − 1 = −3 e) 6 − (−10) = 6 + 10 = 16 f) (−6) × (−3) = 18 ⚠ Erreur fréquente : calculer 4 + 2 d'abord dans le premier calcul. La multiplication passe avant.

26) a) (−3) × 5 = −15 b) (−40) ÷ 10 = −4 c) (−8) + 3 = −5 d) 2 × (−7) = −14 e) 2 + (−3) × 4 = 2 + (−12) = −10

27) a) (−4) × (7 + (−9)) = (−4) × (−2) = 8 b) (−6) + 20 ÷ (−5) = (−6) + (−4) = −10 c) (3 − 15) ÷ (−4) = (−12) ÷ (−4) = 3 d) C'est la différence entre le produit de −3 par 5 et le quotient de 8 par −2. Elle vaut (−15) − (−4) = −15 + 4 = −11.

28) On additionne les sept températures. Les négatives : (−4) + (−1) + (−6) + (−5) + (−3) = −19. Les positives : 3 + 2 = 5. La somme : (−19) + 5 = −14. On divise par le nombre de jours : (−14) ÷ 7 = −2. La température moyenne est bien de −2 °C : Lauryne a raison. Toute démarche complète est acceptée.

29) a) Vrai : le quotient de deux nombres négatifs est positif, il est donc plus grand que n'importe quel nombre négatif. b) Vrai : le quotient, multiplié par −1, doit redonner le nombre de départ. C'est donc son opposé. Exemple : 7 ÷ (−1) = −7. c) Faux. Contre-exemple : (−8) ÷ 2 = −4 et 2 ÷ (−8) = −0,25. Les deux quotients sont négatifs. d) Faux : (24 ÷ (−6)) ÷ 2 = (−4) ÷ 2 = −2, alors que 24 ÷ ((−6) ÷ 2) = 24 ÷ (−3) = −8. Avec des divisions, la place des parenthèses compte.

30) 4 × (−5) = −20 ; (−20) ÷ 2 = −10 ; (−10) × (−1) = 10 ; 10 ÷ (−10) = −1. La chaîne se termine sur −1.

31) a) 5 × (−2) = −10, puis (−10) + 6 = −4 b) (−3) × (−2) = 6, puis 6 + 6 = 12 c) C'est (−3) × (−2) + 6 : le programme multiplie d'abord, puis il ajoute 6, et la multiplication est prioritaire. L'autre expression donnerait (−3) × 4 = −12 : ce n'est plus le même calcul.

32) a) 1,8 × 10 + 32 = 18 + 32 = 50 ; 1,8 × 0 + 32 = 32 ; 1,8 × (−5) + 32 = −9 + 32 = 23 ; 1,8 × (−20) + 32 = −36 + 32 = −4 ; 1,8 × (−40) + 32 = −72 + 32 = −40. b) À −40, les deux thermomètres affichent le même nombre.

33) a) La copie B : 8 − 2 × (−5) = 8 − (−10) = 8 + 10 = 18. b) La copie A a calculé 8 − 2 en premier. Or la multiplication est prioritaire : il fallait commencer par 2 × (−5) = −10.

34) a) −4, car (−36) ÷ (−4) = 9 b) 35, car 35 ÷ (−5) = −7 c) 4, car 4 × (−3) + 5 = −12 + 5 = −7 d) −2, car 20 ÷ (−2 − 3) = 20 ÷ (−5) = −4

35) a) (−5) × (−4) = 20, puis 20 − 6 = 14, puis 14 ÷ 2 = 7 b) [(−5) × (−4) − 6] ÷ 2 c) On remonte le programme en partant de la fin, avec les opérations contraires : (−11) × 2 = −22 ; (−22) + 6 = −16 ; (−16) ÷ (−4) = 4. Il faut choisir 4. Vérification : 4 × (−4) = −16 ; (−16) − 6 = −22 ; (−22) ÷ 2 = −11 ✓ Cette dernière question prend de l'avance : remonter un programme, tu le retravailleras au chapitre 7.

36) a) (−8) ÷ 2 = −4 b) (−30) ÷ (−10) = 3 c) (−24) ÷ (−8) = 3 d) 4 + (−6) = −2

37) Le quotient du premier nombre par le second vaut −4 : le premier est donc égal à −4 fois le second. J'essaie des valeurs pour le second. S'il vaut 1, le premier vaut −4 et le produit −4. S'il vaut 2, le premier vaut −8 et le produit −16. S'il vaut 3, le premier vaut −12 et le produit (−12) × 3 = −36 : c'est une réponse. Au-delà, le produit s'éloigne encore de zéro. Avec un second nombre négatif, on trouve de même −3 et 12 : 12 × (−3) = −36 et 12 ÷ (−3) = −4. Il y a deux réponses : −12 et 3, ou bien 12 et −3.

38) À toi : 5 × 5 × 5 = 125. a) 2 × 2 × 2 = 8 b) 3 × 3 = 9 c) 10 × 10 × 10 = 1 000 d) 5 × 5 = 25 e) 2 × 2 × 2 × 2 × 2 = 32 f) 10 × 10 × 10 × 10 = 10 000 ⚠ Erreur fréquente : répondre 6 pour 2^3. L'exposant ne multiplie pas, il compte les facteurs.

39) Les doubles : 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 20. Les carrés : 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 100. Le double : le nombre multiplié par 2. Le carré : le nombre multiplié par lui-même.

40) À toi : (−3) × (−3) = 9. a) (−5) × (−5) = 25 b) (−2) × (−2) × (−2) × (−2) = 16 c) (−10) × (−10) × (−10) = −1 000 d) (−1) × (−1) × (−1) × (−1) × (−1) = −1 e) (−4) × (−4) = 16 f) (−2) × (−2) × (−2) × (−2) × (−2) = −32. Exposant pair : résultat positif. Exposant impair : résultat négatif.

41) a) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$. Sans parenthèses, la puissance ne porte que sur le 2 : -2^4 est l'opposé de 2^4, c'est −16. b) $(-1)^{2027} = -1$, car 2 027 est impair. Ensuite $(-3)^3 = -27$, donc $-(-3)^3 = 27$. c) $3 \times (-2)^3 - (-5)^2 = 3 \times (-8) - 25 = -24 - 25 = -49$ d) On calcule : $(-2)^5 = -32$; $(-2)^4 = 16$; $-2^2 = -4$; $2^3 = 8$; $(-1)^{10} = 1$. Donc $(-2)^5 < -2^2 < (-1)^{10} < 2^3 < (-2)^4$.

42) À toi : 6 facteurs, c'est 3^6. a) 3^5 b) 10^6 c) 5^4, car $5 = 5^1$ d) 2^8 e) $(-2)^5$ f) 7^6. Dans $3^2 \times 3^3$, il y a 2 + 3 = 5 facteurs égaux à 3.

43) À toi : $10^2 = 100$. a) $(2 \times 5)^4 = 10^4 = 10\,000$ b) $(2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$ c) $(5 \times 4)^2 = 20^2 = 400$ d) $(25 \times 4)^2 = 100^2 = 10\,000$. Vérifie le deuxième en calculant chaque puissance : $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.

44) a) 2^{12} b) $(-3)^5$ c) $(2 \times 5)^6 = 10^6$ d) $(4 \times 25)^5 = 100^5$ e) L'intrus : c'est une somme, aucune règle ne s'applique. $2^3 + 2^2 = 8 + 4 = 12$ f) D'abord $2^3 \times 2^4 = 2^7$, puis $2^7 \times 5^7 = (2 \times 5)^7 = 10^7$

45) Chaque jour, le nombre de personnes qui reçoivent l'énigme est multiplié par 3. Lundi : 3. Mardi : $3 \times 3 = 9$. Mercredi : $9 \times 3 = 27$. Jeudi : $27 \times 3 = 81$. Vendredi : $81 \times 3 = 243$. Samedi : $243 \times 3 = 729$. Dimanche : $729 \times 3 = 2\,187$. C'est donc le dimanche, le septième jour, que plus de 1 000 personnes la reçoivent : $3^7 = 2\,187$. Le samedi, on n'en était qu'à $3^6 = 729$. Toute démarche complète est acceptée.

46) Bassin A : en 12 semaines, le nombre double $12 \div 2 = 6$ fois. Il contient $2^6 = 64$ lentilles. Bassin B : le nombre triple $12 \div 3 = 4$ fois. Il contient $3^4 = 81$ lentilles. Bassin C : le nombre est multiplié par 4 pendant $12 \div 4 = 3$ périodes. Il contient $4^3 = 64$ lentilles. C'est le bassin B qui contient le plus de lentilles. Les bassins A et C sont à égalité, et on pouvait le prévoir : en 4 semaines, le bassin A double deux fois de suite. Il est donc multiplié par $2 \times 2 = 4$, exactement comme le bassin C.

47) a) Faux : $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ b) Vrai c) Faux : $10^2 = 10 \times 10 = 100$ d) Faux : $1^5 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$

48) a) 1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144 b) 7, car $7^2 = 49$. Puis 9, car $9^2 = 81$. Puis 12, car $12^2 = 144$.

49) a) 1 000 ; 1 000 000 (un million) ; 1 000 000 000 (un milliard) b) $10^3 \times 10^3 = 10^6$: il faut 1 000 kilooctets pour faire un mégaoctet. c) De même, 1 Go = 1 000 Mo, car $10^3 \times 10^6 = 10^9$. La clé contient donc 32 000 Mo, et $32\,000 \div 4 = 8\,000$: on peut y ranger 8 000 photos.

50) a) $2 \times 9 = 18$ b) $6^2 = 36$ c) $5 + 8 = 13$ d) $10 - 16 = -6$ e) $9 - 9 = 0$ f) $2 \times 25 - 100 = 50 - 100 = -50$

51) a) Faux : on additionne les exposants, $2^3 \times 2^2 = 2^5$ b) Faux : aucune règle pour une somme. $3^2 + 3^3 = 9 + 27 = 36$, alors que $3^5 = 243$ c) Juste : même exposant, $(2 \times 5)^4 = 10^4$ d) Faux : $(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$ e) Juste : un seul facteur

52) a) $2^6 = 64$ b) $(-5)^3 = -125$ c) $10^6 = 1\,000\,000$ d) $3^5 \times 3^4 = 3^9$, car $5 + 4 = 9$ e) $2^3 \times 5^3 = 10^3$, car $2 \times 5 = 10$ f) $7^2 = 49$ et $(-7)^2 = 49$: deux nombres opposés ont le même carré.

53) a) 32 ; 16 ; 8 ; 4 ; 2 b) À chaque marche descendue, il y a un facteur 2 en moins : le résultat est divisé par 2. c) En descendant encore d'une marche, on trouve $2 \div 2 = 1$: on convient que $2^0 = 1$. De même, $10 \div 10 = 1$, donc $10^0 = 1$. Tu retrouveras cette convention en 3e.

54) On part de $1\,000\,000 = 10^6 = (2 \times 5)^6$. On range les facteurs autrement : six facteurs 2 d'un côté, six facteurs 5 de l'autre. Donc $1\,000\,000 = 2^6 \times 5^6$. Or $2^6 = 64$ et $5^6 = 15\,625$. Finalement, $64 \times 15\,625 = 1\,000\,000$, et aucun de ces deux nombres ne contient le chiffre 0 : Carla a raison. Pourquoi cela marche : un nombre entier qui contient à la fois un facteur 2 et un facteur 5 est un multiple de 10, il se termine par 0. En séparant les 2 et les 5, on évite ces zéros.

55) Première pesée : Gabriele fait trois tas de 9 pièces et pose un tas sur chaque plateau. Si un plateau monte, la pièce légère est dans ce tas. Sinon, elle est dans le tas resté sur la table. Deuxième pesée : il recommence avec le tas suspect, partagé en trois tas de 3. Troisième pesée : il compare deux des trois pièces restantes. Celle qui monte est la fausse. S'il y a équilibre, c'est la troisième. Chaque pesée divise par 3 le nombre de pièces suspectes : 27, puis 9, puis 3, puis 1. Trois pesées conviennent, car $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$. Avec 81 pièces, il faut une pesée de plus : comme $81 = 3^4$, il faut 4 pesées.

Atelier tableur :
1) 512 centimes, soit 2^9 : on part de 1 centime et on double 9 fois.
2) Elles affichent les mêmes nombres : le tableur écrit 2^9 sous la forme `2^9`.
3) Le 14e jour : 163,83 € contre 140 €. La veille, l'offre 2 n'en était qu'à 81,91 € contre 130 €.
4) Offre 1 : 150 €. Offre 2 : 327,67 €, plus du double.
5) `=(-3)^2` affiche 9. Le plus souvent, `=-3^2` affiche aussi 9, alors que -3^2 vaut -9 : le tableur applique le signe moins avant la puissance. Écris toujours les parenthèses. Défi expert : le 30e jour, 2^{29} centimes, soit 5 368 709,12 €.

Atelier Scratch :
1) Avec -4 et 6 : « Produit négatif », puis -24. Avec -4 et -6 : « Produit positif », puis 24.
2) Non : le lutin calcule le produit, puis il le compare à 0. Il retrouve donc toujours la règle des signes.
3) Le produit vaut 0. Or 0 n'est ni plus grand ni plus petit que 0 : les deux conditions sont fausses, et le lutin dit seulement 0.
4) On remplace les trois blocs de multiplication par des blocs de division (leur signe est une barre oblique) et on change les deux messages. Jamais de 0 en second : on ne peut pas diviser par 0.

Évaluation, partie A (automatismes) :
1) 100
2) -20
3) 18
4) -6
5) $2 \times 2 \times 2 = 8$
6) négatif : il y a trois facteurs négatifs
7) $6 - (-8) = 6 + 8 = 14$
8) 5^6
9) $(2 \times 5)^3 = 10^3 = 1\,000$

Évaluation, problème 1 (le quiz de la classe) :
a) $6 \times 5 = 30$; $3 \times (-3) = -9$; $1 \times (-1) = -1$ (1 pt par ligne).
b) $6 \times 5 + 3 \times (-3) + 1 \times (-1) = 30 - 9 - 1 =$ **20** (1 pt pour l'expression, 1 pt pour le calcul).
c) $(-40) \div 5 =$ **-8** : en moyenne, ce joueur perd 8 points par partie (1 pt pour la division, 1 pt pour le résultat avec son signe).

D'où vient l'erreur classique ? Répondre 9 pour $3 \times (-3)$ en pensant « moins par moins ». Un seul facteur est négatif : le produit aussi.
Refais sans regarder : Même quiz, avec 4 bonnes réponses, 5 fausses et 1 sans réponse. Quel est le score ? (Réponse : 4.)

Évaluation, problème 2 (l'arbre des ancêtres) :
a) $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ **32 ancêtres** (1 pt pour la puissance, 1 pt pour le calcul).
b) $2^{10} = 2^5 \times 2^5 = 32 \times 32 = 1\,024$. On accepte aussi le calcul de proche en proche : 64, 128, 256, 512, 1 024 (1,5 pt).
c) Quand on multiplie deux puissances de 2, on additionne les exposants : 10 + 10 = 20, donc $2^{10} \times 2^{10} = 2^{20}$ (1,5 pt).
d) $2^{20} = 1\,024 \times 1\,024$, et 1 024 est plus grand que 1 000 : ce produit dépasse $1\,000 \times 1\,000 = 1\,000\,000$. On compte **plus d'un million** d'ancêtres, exactement 1 048 576 (1 pt pour la méthode, 1 pt pour la conclusion). En réalité, on en a moins : certains ancêtres comptent plusieurs fois.

> **D'où vient l'erreur classique ?** Répondre 2^{100} pour $2^{10} \times 2^{10}$. On compte les facteurs : 10, puis encore 10, cela fait 20 facteurs égaux à 2.
> **Refais sans regarder :** Combien d'ancêtres à la 6e génération ? Et à la 12e ($2^{12} = 2^6 \times 2^6$) ? (Réponses : 64 et 4 096.)

Le QCM du chapitre 1 : où en es-tu ?

Dix questions sur tout le chapitre, une seule bonne réponse à chaque fois. Seul, ou avec quelqu'un qui te lit les questions : il n'a pas besoin de connaître la réponse, elle est écrite en bas, tête en bas.

1. Calcule $(-3) \times (-6)$.

- **A** -18
- **B** 18
- **C** -9

2. Lequel de ces trois produits est négatif ?

- **A** $(-2) \times (-7)$
- **B** $(-4) \times (-1)$
- **C** $3 \times (-5)$

3. Calcule $(-24) \div 6$.

- **A** -4
- **B** 4
- **C** -18

4. Calcule $5 - 2 \times (-3)$.

- **A** -1
- **B** -11
- **C** 11

5. Que vaut 2^4 ?

- **A** 8
- **B** 16
- **C** 6

6. Attention au piège : que vaut $(-3)^2$?

- **A** -9
- **B** -6
- **C** 9

7. Un million s'écrit avec une puissance de 10 :

- **A** 10^6
- **B** 6^{10}
- **C** 10^7

8. Écris $3^2 \times 3^3$ avec une seule puissance.

- **A** 3^5
- **B** 3^6
- **C** 9^5

9. Dans son livre, Brahmagupta appelle un nombre négatif :

- **A** une ombre
- **B** une dette
- **C** une perte

10. Dans le labo de l'échiquier de Sissa, la case 5 porte 16 grains. Combien en porte la case 6 ?

- **A** 18
- **B** 25
- **C** 32

Réponses : 1 B · 2 C · 3 A · 4 C · 5 B · 6 C · 7 A · 8 A · 9 B · 10 C